SAGGIO
SULLA GEOMETRIA

(*Con riferimento particolare alla teoria della relatività*)

Ardeshir Mehta
414 Kintyre Private
Carleton Square
Ottawa, ON K2C 3M7
CANADA

email: ardeshir@mac.com

Originale in inglese
intitolato «Essay: on Geometry»
iniziato il giovedì, 13 dicembre 2001
e finalizzato il 4 febbraio 2002
disponibile a http://www.ardeshirmehta.com/EssayOnGeometry.pdf

Tradotto in italiano, e un po’ aggiornato ed ammigliorato, dall’autore
nelle mesi di marzo e aprile 2014

© Ardeshir Mehta

SAGGIO SULLA GEOMETRIA

ARDESHIR MEHTA

L'IMPORTANZA DELLA GEOMETRIA

La geometria è uno degli strumenti più importanti che ci permettono di comprendere e manipolare il mondo materiale - e in questo rispetto è inferiore, discutibilmente, soltanto alla logica e la matematica (numerica/algebrica). Praticamente tutta la tecnologia, antica e moderna, dipende dalla geometria in un modo o altro per il suo sviluppo, e anche per una comprensione adeguata della base scientifica dietro di essa. Infatti, senza la geometria, forse non ci *sarebbe* alcuna scienza o tecnologia affatto!

ESATTAMENTE CHE COS'È LA GEOMETRIA?

Tuttavia, non è del tutto chiaro *esattamente che cos'è la geometria.* Il celebre ingegnere americano Buckminster Fuller, uno dei più brillanti innovatori del 20° secolo, ed inventore di - tra altre cose - la cupola geodetica (oltre la quale è difficile immaginare qualsiasi altra cosa più geometrica!) spesso negava l'esistenza della geometria in quello che chiamava «il mondo reale» (voleva dire, nel mondo materiale). E teneva, in questo riguardo, un punto. O per meglio dire, *non* teneva un punto, e nemmeno lo teneva chiunque altro: in altre parole, sosteneva che un punto geometrico - definito come un oggetto che può possedere soltanto *una* posizione, ma *nessuna* dimensione - *non poteva mai esistere nel mondo materiale.* E questo è ovviamente vero.

E se non possono esistere dei *punti* nel mondo materiale, né possono esisterne delle *linee*, dei *triangoli*, dei *quadrati*, dei *cerchi,* e nemmeno delle *cupole geodetiche*. Gli unici oggetti che possono eventualmente esistere nel mondo materiale sono *approssimazioni* a questi elementi e figure geometrici.

Ma naturalmente questo fatto di per sé non impedisce che tali elementi e figure geometrici esistano *esclusivamente nella mente*, come *astrazioni*. Si può *definire* un punto come un'entità che possiede solo una posizione, senza possedere alcuna dimensione - ed anche se non c'è nulla nel mondo materiale adatta a questa descrizione, la *definizione* stessa è nonostante valida.

(Questo è un po' simile alla definizione di un unicorno. Se «un unicorno» viene *definito* come «un animale argenteo simile ad un cavallo con un corno che cresce dal suo fronte», anche se non esiste alcuna tale animale nel mondo nostro, la *definizione* di per sé è nonostante valida, in che *se ci fosse un tale animale*, sarebbe un unicorno come sopra definito.)

LE LIMITAZIONI DELLE DEFINIZIONI

Si potrebbe supporre che, se tutto quanto sopra è giusto - e certamente sembra di esserlo - allora si potrebbe definire tutte le cose completamente come si vuole, soprattutto se la cosa in via di definizione è una semplice entità mentale, o costruzione concettuale: ossia un'oggetto puramente immaginario. Ebbene, questo può essere vero nel caso delle definizioni *sin-*

gole, soprattutto se dopo che l'entità viene definita, la sua definizione non viene *impiegata in ogni modo qualsiasi;* ma decisamente *non* è più vero nel caso delle definizioni *plurale*, o di una definizione singola che in sequenza viene *impiegata*, soprattutto nel contesto del mondo *reale* (riferendo anche qui al mondo materiale).

E questo poiché, logicamente e praticamente, una definizione *non può essere priva di ogni senso*, né contrastarsi con l'uso comune delle parole del linguaggio, né contraddire qualsiasi *altra* definizione con cui viene eventualmente utilizzata, né essere incompatibile con la chiara osservazione, rivelazione o evidenza.

Ad esempio, si può definirsi un «miliardario» - e lasciare le cose come stanno sarebbe abbastanza accettabile; ma se si tenterebbe di *utilizzare* quella definizione nel mondo materiale per acquistare una villa lussuosa, o l'ultima e più veloce macchina sportiva, si renderebbe conto piuttosto subito che in realtà *non si possiede un miliardo di euro!*

Allo stesso modo, anche se si può definire «un punto» come un'entità immaginaria avente una posizione ma non avendo alcuna dimensione, certamente *non* si può definirlo avente *una o più dimensioni* ma *non avendo alcuna posizione*. Sarebbe un'affermazione priva di ogni senso, *pure per un'entità del tutto immaginaria*, e quindi non può essere una definizione *valida* del termine «punto». Neppure si può definire un punto (al singolare) avendo *due o più* posizioni contemporaneamente. Anche questa definizione sarebbe una sciocchezza, e di conseguenza, non potrebbe essere una definizione *valida* del termine.

Neppure - se si sta parlando della lingua italiana - possiamo definire la parola «quindi» come un sostantivo, o «forse» come un verbo. Tali definizioni andrebbero *troppo in contrasto con l'impiego di queste parole nella lingua italiana*.

DELLE DEFINIZIONI IMPLICITE IN ALTRE DEFINIZIONI

Inoltre, nella maggior parte delle definizioni ci sono *altre* definizioni che ne sono *implicite*. Ad esempio, la ragione per cui la definizione di «un punto» come avente una o più dimensioni, ma nessuna posizione, è assurda, è che nella lingua come viene comunemente intesa, la definizione di «posizione» è *implicita* nella definizione di «dimensione». Tutto ciò che è in possesso di qualsiasi *dimensione* deve possedere almeno due *posizioni* - e, naturalmente, può possederne di più. È impossibile che qualcosa avente *alcuna* dimensione non abbia *nessuna posizione affatto* - e anche se alcuni filosofi postmoderni (e, per di più, alcuni politici di nostri tempi!) affermano che la loro posizione *è* che non hanno *alcuna* posizione, una tale posizione è piuttosto ovviamente autocontraddittoria. :-)

Ora, tutto quanto sopra sembrerebbe abbastanza ovvio, ed il lettore potrebbe chiedersi perché mai sto specificando le cose sopraccitate - ma abbiate pazienza con me: *impiegherò* queste dichiarazioni per *esaminare criticamente,* ed eventualmente *confutare,* la validità logica di una gran parte di ciò che è comunemente intesa come la «geometria»: ed in particolare, una gran parte di ciò che passa per la geometria *non euclidea,* per esempio la cosiddetta «geometria» utilizzata nella teoria della relatività.

DELLE DEFINIZIONI CHE CONTRADDICONO ALTRE

Inoltre, è abbastanza chiaro che la geometria deve iniziare con *una molteplicità di* definizioni, e non una sola*;* e se nel corso del uso di queste diverse definizioni, si intenderebbe di dimostrare eventualmente la validità dei *teoremi* geometrici, allora ovviamente nessuna di loro può contraddire ogni altra: perché se così fosse il caso, allora si sarebbe essere in grado di ottenere dei teoremi addirittura autocontraddittori, o contraddittori l'uno in confronto l'altro, e questo sarebbe del tutto assurdo e illogico. Bisogna tenere conto che se qualsiasi teorema - cioè, qualsiasi dichiarazione o proposizione (e notiamo bene che un teorema - sia della matematica, sia della geometria, sia del logico - dal momento che sta enunciato in parole della lingua comune, non è né più né meno che una *dichiarazione* o *proposizione)* come dicevamo, se qualsiasi teorema contraddice qualsiasi altro completamente e assolutamente, *entrambi* non possono essere veri; perché se lo fossero, sarebbe anche il caso che entrambi *potrebbero essere veri*,[1] e, quindi, entrambi potrebbero essere *veri e non veri allo stesso tempo:* e questo sarebbe una bella beffa della nozione stessa di «verità».

Ed ovviamente, l'intero scopo della logica, della scienza, *ecc.*, è quello di scoprire che cos'è *vera* e che cosa *non* lo è;[2] e questo obiettivo non potrebbe essere raggiunto se il concetto della *verità* stessa venisse gettato fuori bordo. (Se fosse infatti sganciato, allora nulla e tutto potrebbe essere vero; e diventerebbe possibile per voi di acquistare, per esempio, il vostro splendido palazzo in un quartiere prestigioso della città - e per di più le vostre Bugatti *Veyron* e Pagani *Huayra,* ambedue - per soltanto dieci euro ciascuno! :-)

LE LIMITAZIONI DELLE DEFINIZIONI

Bisogna inoltre tenere presente che non si può eventualmente definire *tutte le parole in termine delle altre*. A un certo punto nel processo della definizione delle parole, le parole utilizzate nelle *definizioni di base* devono essere accettate come *già definite* - o dicendo altrimenti, devono essere comprese *intuitivamente:* perché altrimenti si dovrebbe definire *ogni* parola in termini di *altre* parole, e poiché in ogni lingua ci sono un numero *finito* di parole, questo processo rappresenterebbe un cerchio logico, e quindi sarebbe invalido logicamente.

---

[1] Nella logica più fondamentale - come viene sostenuto, per esempio, dai celebri filosofi inglesi Russell e Whitehead nel loro *magnum opus* pubblicato con l'Università di Cambridge intitolato *Principia Mathematica* - c'è una dimostrazione che una delle conseguenze logiche dell'abbandono del principio di non-contraddizione è che *tutto diventa possibile.*

2 Viene spesso sostenuto che la logica *di per sé* non ha nulla a che fare con la verità: infatti, che nella logica si tratta soltanto dei *simboli* e la loro corretta (o errata) manipolazione. Ma chi fa una tale affermazione riferisce soltanto alla logica *simbolica*. E per di più, spesso non si rende conto che la logica simbolica non sarebbe mai venuta ad esistenza, senza che ci sia una logica *anteriore* ad essa in tempo, e *superiore* in forza probativa, che *non* è simbolica, e senza i cui processi di ragionamento essendo per forza *capiti.* Dopo tutto, a rigor di logica, ed in ultima analisi, la *vera* prova di qualsiasi dichiarazione o proposizione - vi comprese le dichiarazioni e proposizioni rese da coloro che negano qualsiasi connessione della logica con la verità - è, se l'affermazione o dichiarazione è *vera* o no, e non solo se correttamente *manipola dei simboli* o no! (Vedi anche la sezione «LA LOGICA *VS* LA LOGIC SIMBOLICA» più avanti in questo saggio, partendo dalla pagina seguente.)

Di conseguenza, qualsiasi definizione di un dato termine deve adattarsi adeguatamente al significato *intuitivamente compreso* del termine in questione; perché se così non fosse, allora i termini che per forza devono essere lasciati indefiniti, e perciò devono essere intuitivamente capiti, *non sarebbero* infatti intuitivamente capiti.

(Pure questo punto potrebbe sembrare troppo ovvio, ma è stato altrettanto ovviamente *dimenticato* nel tentativo di generare tutte le «geometrie» controintuitive, e/o di affermare la loro validità logicale.)

LA LOGICA È ALLA BASE DI TUTTA LA MATEMATICA (TRA CUI LA GEOMETRIA)

Forse a questo punto sarebbe apposto anche di essere abbastanza chiari che cosa la geometria *non* può essere. In particolare, chiaramente la geometria *non* può essere un sistema di pensiero i cui gli elementi vanno *in contrasto con la logica*: una «geometria illogica» è una veritabile contraddizione in termini. Ci può essere qualche polemica se *tutta la matematica* - se in questo termine si include la geometria - può essere *derivata dalla* logica, come viene sostenuto da alcuni e negato da altri; ma non ci può essere assolutamente alcuna polemica che né la matematica - cioè, né l'aritmetica né l'algebra - né la geometria, possono mai essere *illogici*.

Quindi è pertinente di capire chiaramente, in questo contesto, che cos'è la *logica*. Qui si riferisce solo alla logica binaria o aristotelica, perché questo è l'unico tipo di logica che viene utilizzato per tutte le varie discipline che fanno parte della matematica (vi comprese, ad esempio, la geometria, l'aritmetica e l'algebra). Un teorema matematico - cioè, una conclusione logica nel soggetto della matematica (vi compresa la geometria), arrivata mediante un chiaro processo di ragionamento - dev'essere *o* corretto, *o* errato: ma non può essere né *quasi* corretto, né *quasi* errato; né può essere corretto *e* errato contemporaneamente, e neppure può essere *né* corretto *né* errato.

LA LOGICA *VS* LA LOGICA SIMBOLICA

Coloro che sostengono che la matematica può essere derivata dalla logica, sostengono anche che questa prima può essere derivata dalla logica *simbolica*. Il loro argomento è abbastanza semplice. La logica simbolica è, essenzialmente, un sistema di assegnazione dei simboli a tutte le proposizioni e a tutti gli operatori della logica, e di manipolazione dei suddetti simboli secondo un certo insieme di regole. Questo può essere fatto in un modo del tutto meccanico: cioè, senza veramente *capire* che cosa si sta facendo. La stessa cosa può essere fatta con la matematica - come per esempio le calcolatrici, le quali capiscono niente, sono capaci di «fare la matematica». Dal fatto che la logica simbolica e la matematica sono così simili in questo senso, è relativamente facile semplicemente aggiungere i simboli e gli operatori che appartengono alla matematica - e le regole della loro manipolazione - a quelli attinenti alla logica simbolica, e allora ottenere un sistema che comprende entrambi.

Tuttavia, non bisogna dimenticare che un sistema di logica simbolica non potrebbe essere costruito affatto senza un ragionamento che venisse *compreso* correttamente e adeguatamente. (Si deve rendere conto che una calcolatrice non può affatto «fare la matematica» nella mancanza di un *programma* creato a tale scopo; e questo programma deve essere creato da un'intelligenza che *capisce* veramente quello che tal fino è destinato ad essere.)

Quindi è chiaro che il ragionamento informale - ossia la logica *non simbolica* - deve *precedere* la logica simbolica in importanza; ed in fatti, deve precedere in importanza pure la matematica (vi compresa la geometria.) E non c'è niente di meglio per confermare questo fatto che l'esistenza stessa delle discipline di *metalogica* e *metamatematica*, le quale assolutamente non potrebbero essere sviluppate senza una *comprensione effettiva* dei concetti coinvolti.

Dopo aver reso conto che una tale comprensione deve esistere alla base di *ogni* tipo di logica, e pure della matematica - tra cui la geometria - siamo costretti a concludere che *nella loro base più essenziale,* ogni termine impiegato in tutte queste discipline deve comunicare qualche *significato*. Non c'è dubbio che il significato comunicato da ciascuno dei termini può essere o intuitivamente capito, o esplicitamente definito; ma senza che il significato sia effettivamente *inteso*, l'intero studio della logica, matematica e geometria *perde ogni valore*, almeno per quanto riguarda la ricerca della *verità*. (E la ricerca della verità è di importanza fondamentale in *ogni* disciplina - o almeno delle discipline in cui si trova delle dichiarazioni o proposte - dato che se qualsiasi dichiarazione o proposta, a prescindere dalla disciplina in cui viene trovata, *non* è vera, non ci potrebbe essere alcuna ragione per *crederci!)*

LE DEFINIZIONI NECESSARI PER LA GEOMETRIA -
LE DEFINIZIONI DI EUCLIDE

Così, a questo punto nel nostro saggio tentiamo di affrontare i concetti necessari specificamente per dimostrare i teoremi della geometria. È ovvio che alcuni di loro sono *assolutamente indispensabili,* e quindi possono essere denominati «i concetti fondamentali della geometria». Tra loro ci sono sicuramente i concetti di «punto», «linea», «retta», «curva», «angolo», «angolo retto» e «cerchio». Altri, come di «triangolo», «poligono», «quadrato», «sfera», «cubo», *ecc*. possono forse essere *definiti in termini di questi concetti di base.* Ma senza i concetti di base, la geometria come la consciamo non potrebbe neppure *esistere*.

Euclide nei suoi *Elementi* [3] ha già definito praticamente tutti i concetti della geometria, ma alcuni di loro non sono definiti *soddisfattoriamente*, almeno dal punto di vista *moderno.* Ancora più importante, la definizione euclideana di «retta» è troppo vaga e ambivalente. Notiamo che Euclide ha definito «retta» nel modo seguente: «Una retta è una linea che giace ugualmente rispetto ai punti su di essa.» Ma se impiegamo uno dei significati più comunemente mantenuti della parola «ugualmente», e cioè "uniformemente",[4] allora potrebbe essere vali-

---

[3] Vedi http://tinyurl.com/k7cvpm7

[4] Vedi http://dizionari.repubblica.it/Italiano/U/ugualmente.php :

ugualmente
[u-gual-mén-te]
avv.
1 In modo uguale, nella stessa misura: *stimo ugualmente tutti i miei amici*
2 Uniformemente: *stendere ugualmente la vernice sul muro*

damente affermato che *tutte* le linee giacciono ugualmente (o uniformemente) rispetto ai punti su di coloro. Non c'è modo, quindi, utilizzando una definizione così nebulosa e ambivalente, dire con *precisione* come una linea *curva* può essere contrastata con una linea *retta*.

E abbiamo *bisogno assoluto* di una definizione *precisa* di «retta», se vogliamo essere chiari sul concetto di *«dimensione»*. Euclide non ha definito «dimensione» ovunque nei suoi *Elementi*. Non c'è da stupirsi, quindi, che alcuni matematici, approfittandosi della mancanza di precisione in riguardo a questo proposito, hanno tentato di inventare delle «geometrie» che possiedono un numero *qualsiasi* di dimensioni, a prescindere dal fatto che una cosa simile potesse esistere o no, *pure nella mente o nell'immaginazione* - anche se non parliamo del mondo materiale!

**LE DEFINIZIONI NECESSARI PER LA GEOMETRIA -
LE NOSTRE DEFINIZIONI PRELIMINARI**

Tentiamo allora, come esercizio preliminare, di definire i concetti di base di cui abbiamo bisogno assoluto per una geometria *moderna,* nel modo seguente - accettando ovviamente che ci sarebbe bisogno di raffinare le nostre definizioni in seguito, se troveremo delle lacune in loro, proprio come le abbiamo trovate nei *Elementi* di Euclide:

1. *Punto*: un'entità immaginaria in possesso di una posizione (singola), ma senza dimensione.

2. *Linea*: il percorso immaginario tracciato da un punto che si muove attraverso lo spazio immaginario.

3. *Retta*: la distanza più breve possibile misurata in qualsiasi modo tra qualsiasi due punti.

4. *Linea curva*: qualsiasi linea che *non* è retta.

5. *Angolo*: quando due rette si intersecano, quattro angoli sono disponibili presso ed attorno al punto di intersezione.

6. *Angolo retto*: quattro angoli retti si formano quando due rette si intersecano in maniera che tutti gli angoli così formati sono congruenti.

7. *Cerchio*: il percorso tracciato da un punto che si muove attraverso lo spazio immaginario in modo che rimane sempre equidistante da un altro punto (singolo).

Da queste definizioni possiamo sviluppare, in seguito, degli altri elementi della geometria moderna, come per esempio *il triangolo* (*e.g.:* «ovunque tre rette si intersecano tra loro, un triangolo viene formato tra i tre punti di intersezione.»)

LE POSIZIONI DEVONO ESSERE *IMMOBILI*

Ora, la prima di queste definizioni si occupa con il concetto di «posizione»; ma è chiaro - e questo non può essere sottolineato a sufficienza! - che «posizione» è un concetto *relativo*: una posizione è soltanto una che è *relativa* a qualche *altra* posizione. Nessuna posizione esiste *di per sé*. Nessuno spazio può possedere *una sola* posizione!

Quindi ci dev'essere qualche posizione nel nostro spazio immaginario, con la quale possiamo *cominciare* le nostre costruzioni geometriche. Essa può essere, senz'altro, scelta arbitrariamente; ma questa posizione, arbitrariamente scelta, *deve per forza esistere dal inizio.*

In parole più semplici: dobbiamo avere un «qui» prima di avere un «là». E dobbiamo inoltre supporre che questo «qui» è *sempre immobile*. Se il «qui» fosse *muovente,* allora pure il «là» sarebbe muovente; e quindi ci sarebbero dei punti in movimento in tutto lo spazio immaginario in cui la nostra geometria si sta svolgendo. E allora non ci sarebbero alcuni due punti in grado di definire strettamente una data linea retta, dal momento che la linea stessa cambierebbe in forma da un momento all'altro!

È pertanto ovvio che Euclide ha dimenticato di citare questo requisito, prendendolo di essere - per così dire - «già capito». Ma in questi giorni moderni, con la teoria della relatività allevando la sua testa, dobbiamo tenere presente che il requisito della immobilità di almeno *una* posizione - una posizione che può essere chiamata il nostro «qui»; o in termini cartesiani, alle coordinate 0,0,0 - dev'essere strettamente costruito *fin dall'inizio* della geometria: avanti di affrontare qualsiasi *altra* parte della geometria.

L'IMPORTANZA CRUCIALE DI UNA «RETTA» NELLA GEOMETRIA

C'è anche da notare (e pure questo non può essere sottolineato con abbastanza forza) che il concetto - sia esplicitamente definito o intuitivamente capito - di una linea *retta*, in contrapposizione ad una linea che *non* lo è, è *assolutamente e strettamente essenziale* per qualsiasi tipo di geometria. (Ovviamente una figura geometrica composta da tre linee *ondulate* o *curve* non può essere affatto considerata un triangolo, e certamente non può essere *utilizzata* per dimostrare alcuni dei teoremi che si occupano dei triangoli *genuini!)*

Ammettiamo che la nostra suddetta definizione di «linea retta» non è *del tutto* soddisfacente; ma in modo che ci può essere una geometria di *qualsiasi* tipo, dobbiamo tuttavia ammettere che ci deve essere *qualche* definizione adeguata di «retta». E per di più, questa definizione deve per forza essere una che *(a)* è in accordo con il significato intuitivamente comprensibile di tale termine, e *(b)* ci consente di distinguere chiaramente tra una linea *retta* e una che *non* lo è. Intanto potremo, *come esercizio preliminario*, iniziare le nostre ricerche geometriche con la definizione sopraindicata, e se più in avanti vedremo il bisogno, potremo introdurre delle altre definizioni, esaminandole a scopo di determinare se sono migliore.

Tuttavia, prima di progredire alle definizioni di «quadrato», «poligono», «sfera», «cubo», *ecc.*, c'è bisogno di definire chiaramente che cos'è la «dimensione». Questo è tanto più essenziale a causa della comparsa della parola «dimensione» nella nostra prima definizione: la definizione di «punto».

DEFINIZIONE DI «DIMENSIONE»

Comunque, enunciare una definizione *adeguata* del concetto di «dimensione» non è del tutto facile. Come esercizio preliminare, tentiamo di definire «dimensione» nei seguenti tre fasi:

8. *(a)* Uno spazio immaginario in cui *una sola retta* può esistere - soltanto nella *immaginazione*, certamente, perché non può esistere nel mondo *materiale!* - è definito di possedere *una* dimensione;

   (b) Uno spazio in cui possono esistere *due rette intersecante* ortogonalmente - e di nuovo, sottolineiamo che quando diciamo «esiste», intendiamo di dire «esiste *nell'immaginazione* soltanto» - è definito di possedere *due* dimensioni;

   e:

   (c) Uno spazio in cui possono esistere *tre* rette intersecante in un unico punto ortogonalmente *tra ognuno di loro* - e ancora una volta, questo può accadere solo *nell'immaginazione* - è definito di possedere *tre* dimensioni.

Esamineremo successivamente in modo più approfondito se o no è affatto possibile di ottenere uno spazio in cui *quattro o più* linee rette intersecano ortogonalmente tra ognuno di loro in un unico punto; ma come considerazione preliminare, riusciremo almeno dire con un grande grado di fiducia che se una tale condizione non può nemmeno essere *immaginata*, non può affatto soddisfare le definizioni precedenti; dato che proprio dai nostri primissimi definizioni, abbiamo chiaramente dichiarato che il punto, la linea, l'angolo, *ecc*. *devono essere delle entità immaginarie*. Ciò significa che, anche se ammettiamo che quell'altre non possono esistere nel mondo materiale, *almeno nell'immaginazione devono per forza esistere*.[5]

---

[5] Viene a volte sostenuto che, anche se qualcosa non può esistere né nel mondo materiale né nell'immaginazione, questo fatto di per sé non prova che tal cosa *non* esiste: prova soltanto che *la nostra immaginazione è gravemente limitata*. (L'esempio spesso presentato è quello di Dio, o - per chi crede nella Trinità - dello Spirito Santo, che sicuramente non possono essere osservati nel mondo materiale, né adeguatamente immaginati nella nostra mente o coscienza: questo argomento, altrettanto sicuramente, non dimostra che il buon Signore - o lo Spirito Santo - *non* esiste: si limita a dimostrare che a causa delle limitazioni della nostra finita mente umana, non possiamo né osservarlo né immaginarlo). Ma io personalmente sono del opinione che nelle discipline *umane* come la geometria - al contrario della spiritualità - tale argomento estende il significato della parola «esiste» al di là del suo significato intuitivamente capito e correttamente compreso. Se un tale significato viene accettato nella *geometria* - come lo è nella spiritualità - allora tutto diventerebbe possibile: e potremmo quindi legittimamente sostenere che siamo in grado di disegnare dei cerchi quadrati, definire «π» come esattamente pari a 3, ottenere un cubo in soltanto due dimensioni, *ecc.*, *ecc.* … rendendo un beffa assoluta di tutta la geometria come la conosciamo.

ALCUNI COROLLARI DEL SOPRADDETTO

È evidente dal precedente, che su una superficie curva come quella di una sfera - o sulla superficie di un ovoide, ossia un oggetto immaginario che rassomiglia un uovo - non ci può essere *alcuna* linea che rassomiglia una *retta:* tutte le linee sulla superficie di una sfera o di un ovoide devono essere per forza *curve*. E questo perché qualsiasi due punti sulla superficie di una sfera o ovoide possono essere collegati - almeno nell'immaginazione - da una *vera* retta che passa proprio *attraverso* la sfera o l'ovoide, cioè traversando il suo *interno;* e tale linea sarebbe ovviamente più breve di qualsiasi *altra* linea che collega gli stessi due punti seguendo *la superficie* della sfera o del ovoide.

E se non può esistere una retta su una tale superficie, non ci può nemmeno esistere alcune figure geometriche che rassomigliano un angolo, un triangolo o un angolo retto: dato che questi elementi geometrici, *secondo le loro stesse definizioni*, richiedono l'esistenza *a priori* delle *rette*.

LE GEOMETRIE «NON EUCLIDEE»

È evidente da quanto precede che le cosiddette geometrie «non euclidee» degli «spazi curvi» - ed in particolare quella sviluppata da Riemann, esclusivamente dedicata ai spazi curvi *positivamente* [6] - non può essere sviluppate a base delle definizioni sopraindicate, dato che in uno spazio di curvatura positiva (come la superficie di una sfera, o di un'ovoide) *non possono affatto esistere delle rette*. E poiché la geometria della teoria della relatività generale è un tipo riemanniano dei spazi curvi positivamente, anch'essa non può essere sviluppata utilizzando le definizioni sopraindicati.

Quindi, se vogliamo validamente affermare l'esistenza delle geometrie dello spazio curvo, o di più di tre dimensioni, dovremo *ridefinire* i concetti geometrici di «retta», «curva», «angolo retto» e «dimensione». Di questi - sottolineiamo una volta ancora - il concetto più fondamentale è quello della «retta»: dato che la nozione stesso di uno spazio curvo *implica necessariamente* che vi è pure uno spazio che *non* è curvo, con il quale lo spazio curvo può essere contrastato … o in altre parole, semplicemente per *definire che cos'è la curvatura, abbiamo bisogno del concetto della «retta».*

LA RETTA

Quindi, se vogliamo sviluppare delle geometrie non euclidee dei spazi curvi, il concetto di una retta - o almeno di una retta concepita *in contrasto con una curva* - dev'essere *assolutamente chiaro nella nostra mente*. (Dal concetto di una *retta* possiamo, ovviamente, sviluppare il concetto di una *superficie piatta*.)

Sappiamo tutti *intuitivamente* che cos'è una retta. Tuttavia, se lasciamo il concetto di «retta» del tutto *non-definito*, accettando solo il suo significato *intuitivamente* compreso, allora diventa abbondantemente chiaro che non ci può essere una retta, *intuitivamente compresa*,

---

[6] Cioè, in contrasto ai spazi curvi *negativamente* - per esempio, quello sulla superficie di un oggetto immaginario rassomigliando una sella di cavallo.

sulla superficie - per esempio - di una sfera, né di un ovoide, ne di un toroide … e nemmeno sulla superficie di una figura geometrica che rassomiglia una sella di cavallo. *Intuitivamente*, accogliamo la nozione che tali superfici sono *curve*, e che, di conseguenza, le linee su di esse devono per forza essere, anche loro, *curve e non rette.*

Quindi, se vogliamo eventualmente generare in maniera logica delle geometrie non euclidee, dovremo *definire* la «retta» in termini di qualcos'altro.

Normalmente tal cosa è la *distanza*. Possiamo definire una retta come sopra, vale a dire: «il più breve percorso immaginario tracciato da un punto che si muove attraverso lo spazio tra due punti.»

Ma ora *dobbiamo precisare in modo chiarissimo che cosa significa il termine «[distanza] più breve»*. In altre parole, dobbiamo definirlo con *alta precisione*. Oppure, se vogliamo lasciare pure *questo* concetto oscuro ed intuitivamente compreso, allora deve significare nella nostra geometria ciò che significa *intuitivamente:* vale a dire, «una distanza misurata da un righello, da un nastro o da una corda, con l'aiuto del quale possiamo *determinare senza dubbio* se una particolare distanza è inferiore rispetto ad un altro, o no.»

POSTULATO DELLA RIGIDITÀ

Però, la misura delle distanze implica strettamente che gli oggetti utilizzati per misurarle siano *rigidi*, o per lo meno *non estensibili*. Sarebbe assurdo mantenere che una particolare distanza è «più breve» rispetto ad un altra, se le distanze fossero misurate impiegando una stringa o un nastro che si *estende per adattarsi alla distanza!* Né potremmo tranquillamente misurare le distanze con l'aiuto di un righello *elastico*. Quindi, oltre ai postulati su cui reste la geometria euclidea, se non vogliamo accettare l'idea *intuitivamente compresa* di una retta - cioè, se vogliamo *definire* «retta» in termini di distanza - sembra che abbiamo bisogno assoluto di aggiungere un *ulteriore* postulato, che afferma chiaramente che tutti i righelli di misura devono essere completamente *rigidi*, e/o che tutti i nastri o corde di misura devono essere *non estensibili*. Senza un tale postulato, sembra impossibile affermare chiaramente e precisamente *ciò che è una retta*, almeno in termini del concetto di «distanza».

Infatti sembra pure impossibile, senza un concetto di base della rigidità, di dire precisamente che cos'è una «posizione» o una «locazione». Questo perché, come abbiamo già visto in precedenza, non si può precisare la posizione di qualsiasi punto in riferimento, senza che la sua posizione o località sia definita in confronto alla posizione di un *altro* punto! In parole più semplici, siamo solo in grado di dire sicuramente che un punto è «là», se sappiamo già dov'è il nostro «qui». E se vogliamo appunto precisare *la posizione* di quest'altro «là», dobbiamo essere in grado di dire *esattamente* dove si trova il nostro «qui», e in quale direzione e a quale distanza viene situato in rispetto a quest'altro «là». Ma non possiamo dire niente di cui sopra, senza un concetto di fondo della *rigidità,* o almeno della *non-estensibilità*.

Quindi, pure per precisare fermamente nella nostra coscienza il concetto di un punto, che almeno deve possedere una *posizione*, anche se non possiede alcuna *dimensione* - e questo è ovviamente il concetto *più fondamentale di tutti* in qualsiasi tipo di geometria - *abbiamo bisogno assoluto di un concetto di base della rigidità* o *non-estensibilità*. E se ne abbiamo bisogno così assolutamente, perché non uscire «alla luce del sole» - per così dire - indicandolo *esplicitamente*, enunciando in tal modo *un postulato della rigidità,* il quale dovremo *aggiungere* agli altri postulati della geometria?[7]

Inoltre, senza un postulato di rigidità non ci sarebbe alcun modo di definire ciò che è un *cerchio.* Non è affatto possibile di disegnare un cerchio - neppure un cerchio abbastanza approssimativo - senza un tipo di apparato *rigido*, come un compasso: o almeno senza una corda che *non si allunghi per adattarsi alla distanza misurata*. Ed in ogni caso, l'unico modo di essere certi che una corda o un nastro non può allungarsi è di misurarlo contro *un righello che è infatti rigido.*

(Naturalmente, nel mondo materiale non esiste alcun oggetto come un bastone od un righello *completamente* rigido, né un nastro o corda *completamente* non estensibile; ma non importa - possiamo sempre *immaginare* tali cose; e dato che li stiamo applicando ai punti e linee *immaginari*, tali righelli, nastri o corde immaginari sono abbastanza adeguati per i nostri scopi. Inoltre, possiamo sempre compensare matematicamente per l'effettiva non-rigidità, ovunque li utilizziamo, dei righelli e nastri esistenti nel mondo reale, se sappiamo con precisione quale sono le condizioni in cui alterano le loro dimensioni, e le quantità per cui alterano le loro dimensioni nelle condizioni specificate: per esempio, come si fa per i pendoli degli orologi di alta precisione.)

UN ESAME DELLA GEOMETRIA DEGLI SPAZI CURVI

A questo punto, se accettiamo il postulato della rigidità (o almeno quello della non-elasticità) - e, come abbiamo dimostrato abbastanza decisivamente qui sopra, senza un tale postulato non riusciremmo ad immaginare dei punti (plurali), né riusciremmo a definire che cos'è una «retta» in termini della distanza, e non riusciremmo nemmeno ad ottenere dei cerchi - siamo costretti a concludere che l'inclusione di un tale postulato nella geometria *non ci permette di generare alcune geometrie degli spazi curvi come vengono attualmente insegnate!* Per esempio, non possiamo mai dire, parlando della superficie di una sfera, che la somma degli angoli di un triangolo su di essa è maggiore di 180 gradi, dato che *non può affatto esistere un triangolo sulla superficie di una sfera* - e quello fatto ovvio, alla sua volta, è perché non ci possono trovarsi alcune *rette* sulla superficie di una sfera: ci possono trovarsi solo delle linee *curve*, le quale, *secondo la loro stessa definizione*, *non sono rette*. Queste linee includono le cosiddette «geodetiche» - ossia i «cerchi grandi» - della sfera, i quali sono evidentemente non meno curvi di qualsiasi arco o cerchio normale su una superficie piatta. Infatti, la loro designazione di «*cerchi* grandi» indica indiscussamente questo fatto indubitabile.

E per di più - ed in misura uguale - diventa indubbiamente chiaro che una figura composta da tre linee *curve* non può essere *legittimamente* definito «*un triangolo»;* se potesse esserlo, allora una figura simile su una superficie *piatta* potrebbe anche legittimamente così definito - e quello farebbe una bella beffa di tutti i teoremi della geometria che si occupano dei triangoli, incluso il più celebre (discutibilmente) di tutti: *viz.*, il teorema di Pitagora.

---

[7] Sono grato per questo argomento dell'eccellente articolo di Michael Miller intitolato *Causality, Measurement and Space*, il quale si trova (in inglese) a <http://tinyurl.com/nlwdvv5>.

Inoltre, senza un postulato di rigidità non si può nemmeno definire *una sfera*: tutte le «sfere» definite senza un tale postulato sarebbero indistinguibile dai grumi, o dalle figure tridimensionale deforme rassomigliando delle amebe - e anche ciascuno di *queste* sarebbe indistinguibile da qualsiasi altra. Eppure questo sarebbe una bella beffa della geometria come la conosciamo.

Quindi è evidente che senza un modo per distinguere tra le linee *rette* da quelle che *non* lo sono, *tutta la geometria, almeno come la conosciamo, diventa priva di significato*. E se non accettiamo i significati *intuitivamente compresi* dei nostri termini, allora i nostri termini devono essere *definiti* utilizzando qualche *altro* concetto o concetti. Tuttavia, utilizzando il concetto della «distanza» nella nostra definizione di «retta», diventa fin troppo chiaro che una tale definizione non ci permette di costruire *con rigore* le «geometrie dello spazio curvo».

Allora dobbiamo chiederci se saremmo in grado di distinguere tra linee rette e quelle curve utilizzando una definizione di «retta» che *non contiene il concetto di distanza*, sia esplicitamente o implicitamente.

TENTATIVI DI COSTRUIRE DEFINIZIONI ALTERNATIVE DI «RETTA»

È la mia opinione personale che una tale definizione è impossibile.[8] Ad esempio, supponiamoci di definire una «retta» tentativamente nel modo seguente: «Il percorso seguito da un oggetto in movimento, in modo che tale oggetto non venga agito da alcuna forza esterna.» Questa definizione, ovviamente, cerca di prendere vantaggio della prima legge del moto di Newton.[9] Ma sembra che quest'è una definizione piuttosto circolare, no? La prima legge di Newton afferma che ogni oggetto rimane in uno stato quiescente, oppure sta muovente uniformemente in linea retta (*«uniformiter in directum»,* ossia uniformemente in direzione, cioè in linea diritta), a meno che sia agito da una forza esterna. Ma dicendo così, si presuppone che *sappiamo già che cos'è una linea retta*, no? Se *non* lo sapessimo, come potremmo mai sapere se l'oggetto in questione venisse agito da una forza esterna, o no?

In altre parole, mi appare che ciò che la prima legge di Newton tenta di fare *è di definire il concetto della «forza»* in termini di un oggetto in movimento in linea retta. Si *presuppone* che *sappiamo già che cos'è una linea retta*, e che possiamo immaginare un oggetto che si muove uniformemente seguendola. Questa legge di Newton, sostanzialmente, afferma che *se* un oggetto si discosta dal percorso rettilineo e uniforme, deve farlo *perché* viene agito da una forza esterna. In questo modo si può ottenere una «maniglia mentale», per così dire, sul concetto della «forza», che non è del tutto intuitivamente comprensibile come quello di «retta».

Allo stesso modo, mi sembra ridicolo definire «retta» come una «geodetica» - nel modo tentato, per esempio, dai sostenitori della teoria della relatività generale, e pertanto delle

---

[8] Ammetto che questa è soltanto la mia *opinione,* e non ne sono in possesso di alcuna prova. Ma non credo nemmeno che ci sia una prova del suo contrario: e cioè, che una tale definizione è *possibile*. E se infatti *già esiste* una tale prova o definizione, sarei molto lieto di esaminarla!

[9] *«Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.»* (Dal libro di Newton *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis.*)

geometrie non euclidee. Una geodetica è, *per la sua stessa definizione*, una linea *curva* su una superficie *curva;* e questo semplice fatto *preclude* le *geodetiche* di essere delle *rette*.

UN'ALTRA DEFINIZIONE DI «RETTA»

Al fine di scappare questo criticismo, i sostenitori delle geometrie non euclidee spesso tentano di definire la «retta» come «la distanza più breve tra due punti *misurati soltanto in uno spazio specificato.*» Così, la distanza più breve tra due punti sulla superficie di una sfera è sostenuta di essere una geodetica, perché *lo spazio in cui quella geometria viene immaginata da svolgersi è specificato e precisato di essere «la superficie di una sfera»*. Così, una linea che passa attraverso uno spazio *che non è* quello specificato o precisato - come una retta *genuina* che si traccia attraverso *l'intorno* della sfera - viene considerata «impossibile» o «non definita entro i parametri specificati».

Ci sono almeno due problemi, tuttavia, con una tale definizione. In primo luogo, una tale definizione va, *nel mondo reale,* in opposizione con l'uso comune della lingua: molto simile a chiamare una persona «un milionario» perché possiede un milione di dollari composti *di soldi del gioco «Monopoli»*. È altamente improbabile che anche *McDonald's* lo venderebbe pure un hamburger o un sacchetto di patatine fritte se vuole pagare con questo tipo di soldi! È un po' come il cowboy americano dello stato meridionale di Texas, chi non molto apprezzava la «*haute cuisine»* francese, è sentito di aver esclamato con derisione: «Potete chiamare il vostro maledetto soufflé di salmone quello che volete - basta non chiamarla torta di mele, perché non lo è.» Sarebbe perfettamente bene chiamare le linee sulla superficie di una palla di biliardo «geodetiche», o utilizzando qualsiasi altro neologismo; ma chiamarle delle «rette» *nel mondo reale* non mi sembra giusto, perché di certo non lo sono *in ogni senso del termine «retta» comunemente accettata.*

Ma c'è un argomento ancora più forte contro tali definizioni: e questo è il fatto che, *semplicemente per definire quello spazio «curvo»*, abbiamo bisogno *a priori* del concetto di una *genuina* e *vera* retta - sia com'è intuitivamente intesa, o come può essere specificamente definita in termini di qualche altra cosa. In altre parole: come possiamo definire uno spazio «curvo» - per esempio, lo spazio sulla superficie di una sfera, o di un ovoide, o un toroide, o di una sella di cavallo, o qualsiasi altro tipo di spazio curvo - senza *dapprima* tenere nella nostra coscienza il concetto di uno spazio *non* curvo con il quale lo spazio curvo può essere contrastato e comparato? La definizione stessa di uno «spazio curvo» *presuppone* l'idea di uno spazio *piatto* con cui quello spazio curvo può essere contrastato; e la definizione, alla sua parte, di uno spazio *piatto* presuppone una definizione già esistente di una *vera e propria retta:* senza di essa, *non si può nemmeno definire la curvatura!* E una tale retta *non* può essere ottenuta con la definizione di cui sopra - vale a dire, «la distanza più breve tra due punti misurati soltanto in uno spazio specificato» - perché tale definizione *presuppone già la nozione di una retta genuina*. Quest'è una nozione che, peraltro, contraddice la definizione di cui sopra. Perciò la definizione di cui sopra è circolare, e quindi illogica.

LA DEFINIZIONE DI «DIMENSIONE»

C'è pure un'altro problema, se non abbiamo già uno una nozione intuitivamente compresa di una vera e genuina retta - o una definizione di «retta» in termini di qualcos'altro - e cioè, allora non possiamo tenere fermamente nella nostra coscienza una nozione chiara (notiamo di nuovo, sia intuitivamente capito o esplicitamente definita) *di «dimensione»*. Ad esempio, se *qualsiasi* linea venisse definita come possedendo una sola dimensione, allora come si potrebbe determinare il numero di dimensioni richieste per l'esistenza di *ogni* linea? Ovviamente - e per di più, intuitivamente - si accoglie che *semplicemente per esistere,* una linea a forma di arco richiede uno spazio di *due* dimensioni, ed una linea a forma di cavatappi richiede uno spazio di *tre* dimensioni. In uno spazio unidimensionale, *tale linee non possono nemmeno esistere* - almeno non senza che il significato attribuito al termine «dimensione» sia radicalmente cambiato da quello comunemente ed intuitivamente inteso.

Questo è tanto più vero - com'è già indicato sopra - perché se si ammette che *ogni* linea può essere definita di esistere in uno spazio unidimensionale, *non ci potrebbe essere alcuna differenza tra una retta e una curva!*

Questo problema persiste anche se tentiamo di definire il termine «dimensione» in qualsiasi modo che *non* prende vantaggio del concetto di un angolo retto. Ad esempio, si può definire «dimensione» come seguente: «un punto che si muove definisce almeno *una* dimensione; una linea che si muove lateralmente a se stessa definisce almeno *due* dimensioni; e una superficie che si muove lateralmente a se stessa definisce *tre* dimensioni.» (Si noti che in questa definizione, il termine «lateralmente a se stessa» non viene definito, ed quindi è destinato ad essere intuitivamente compreso. Quindi *non* possiamo dire: «un volume spostandosi lateralmente a se stesso definisce *quattro* dimensioni», perché - e come noteremo ancora una volta più in avanti - intuitivamente compreso, un volume spostandosi nello spazio in *qualsiasi* direzione descrive semplicemente un volume ancora più grande di sé, e *non affatto* un continuum quadridimensionale.)

Qui, è chiaro che nella definizione sopraindicata non abbiamo alcuna cosa come un «angolo retto» - perché il significato intuitivo di «movimento laterale» non necessita che il movimento sia *perpendicolare* alla linea o superficie dato: *qualsiasi* angolazione è sufficiente, finché non sia nessun angolo affatto - e così si può supporre che una tale definizione aggira il requisito che dovremmo definire che cos'è un angolo *retto* prima di poter definire che cos'è una *dimensione*. Ma questo, anche se è abbastanza vero, certamente non è *sufficiente*: dato che in mancanza di questa definizione, di nuovo non avremmo modo di distinguere tra una *retta* e una *curva* - né, di fatto, avremmo un modo per distinguere tra i diversi gradi e tipi di *curvatura* delle linee. *Tutte* le linee, sotto la definizione sopraindicata, sarebbero *ugualmente dritti o curvi;* e questo farebbe una beffa assoluta della geometria di ogni tipo.

LA NECESSITÀ DELLE NOZIONI DI ENTRAMBI «DIMENSIONE» E «RETTA»

Ci rendiamo conto, così, che per mantenere la validità logica di ogni tipo di geometria, c'è bisogno assoluto dei concetti *a priori* - sia intuitivamente capiti o esplicitamente definiti - di «dimensione» e «retta». *Solo uno dei due, senza l'altro, non è sufficiente.* Senza il concetto della «retta», tutta la geometria diventa *priva di significato*: non ci può essere alcuna figura geometrica come un triangolo, un quadrato, un cerchio, *ecc.* - che dire dei cubi, delle sfere e dei dodecaedri. D'altra parte, senza il concetto di «dimensione», la geometria diventa una disciplina *irragionevole*: non si potrebbe, in tali circostanze, essere in grado di distinguere tra un punto, definito come un'entità che non possiede nessuna dimensione, e una retta, che per forza deve possedere solo *una* dimensione; e neppure tra loro e una superficie piatta che per forza deve possederne solo *due*, o un volume che per forza deve possederne *tre*.

Il requisito sopraddetto - e parlando personalmente, non vedo come si potrebbe allontanarsi da esso - sembra di indicare che non vi è alcuna validità *logica* e *filosofica* alle «geometrie» di Gauss e di Riemann. Le «geometrie» di Gauss e di Riemann - o la «geometria ellittica» come viene talvolta chiamata - richiede *dall'inizio* l'esistenza delle superfici curve; e, ovviamente, le linee su tale superfici dovrebbero essere, per lo stesso requisito, *curvate* e *non diritte*. Ed altrettanto ovviamente - anzi, per le loro stesse definizioni! - *una linea curva non è, e non può mai essere, una linea retta* ... anche se da leggere i testi degli eruditi chi espongono la geometria riemanniana, si potrebbe immaginare che gli autori non vorrebbero interessarsi alla distinzione.

Infatti, una lettura attenta di quasi tutti i libri e testi sull'argomento sopraddetto dimostra che gli autori quasi sempre scrivono «linea», quando dovrebbero invece scrivere «retta» (forse sperando così di gettare il fumo negli occhi del lettore fin dalla prima pagina?) È altrettanto chiaro che se il lettore *esplicitamente* inserisce nel testo la parola «retta» dopo o invece della parola «linea», la natura assurda di tutti tali testi diventa fin troppo evidente.

EVITAZIONE STUDIOSO DELL'IMPIEGO DELLA PAROLA «DIRITTA»

Si veda ad esempio l'articolo intitolato «La geometria sferica» scritto dal professore David C. Royster della Università di North Carolina a <http://tinyurl.com/q7dy69u>. Vediamo che il buon professore scrive (e qui sotto la parte rilevante del suo articolo sta tradotta dall'inglese):

> Se i cerchi grandi devono essere delle linee, allora possiamo misurare l'angolo di intersezione tra due cerchi grandi come l'angolo formato dall'intersezione dei due piani che definiscono i suddetti cerchi grandi, con il piano tangente alla sfera nel punto di intersezione. ... Con questa definizione di angolo, possiamo formare dei triangoli sulla sfera la cui somma degli angoli interni è maggiore di due angoli retti. Infatti, mostriamo che la somma degli angoli interni di tutti i triangoli sulla sfera è maggiore di due angoli retti.[10]

Si noti quanto diligentemente e studiosamente il buon professore evita l'uso della parola «diritta» o «retta». Se la parola «retta» viene introdotta invece della parola «linea» nella prima riga nel punto sottoindicato, il tentativo di ingannare il lettore ad accettare l'assolutamente inaccettabile diviene fin troppo evidente:

> Se i cerchi grandi devono essere delle *rette*, allora possiamo misurare l'angolo di intersezione tra due cerchi grandi come l'angolo formato dall'intersezione dei due piani che definiscono i suddetti cerchi grandi, con il piano tangente alla sfera nel punto di intersezione. ... (*ecc.*)

Ovviamente, chiamando un *cerchio* - pure *una parte* di un cerchio - una *retta* è assolutamente autocontraddittorio. Si fa beffe dei significati delle parole «retta» e «cerchio». È, infatti, simile a chiamare un «soufflé di salmone» una «torta di mele» … e non ci vuole un genio per capire piuttosto rapidamente che *l'uno non è, né può mai essere, l'altro*.

---

[10] Si vede, infatti, che il buon professore evita pure di dirci che i «piani» soprammenzionati sono *piatti.*

Ed ogni tentativo di affermare che tali «geometrie» possono essere riflessi, anche approssimativamente, nel *mondo reale* - come fautori della relatività generale amano fare - sembra simile a tentare di pagare per una *genuina* o *reale* Pagani *Huayra* con i soldi del gioco «*Monopoli*».

E così, tutti gli argomenti che tentano di «provare» i teoremi delle geometrie degli spazi curvi, partendo da una definizione talmente assurda, divengono ridotti a quello che gli agricoltori in India chiamano «sterco di vacca», e per il quale termine si trova un'altro, ancora più peggiorativo, nello slang nordamericano.

LA GEOMETRIA DI LOBACHEVSKIJ

In contrasto a Riemann, il matematico russo Lobachevskij sembra di aver presentato un argomento leggermente migliore. Lui comincia il suo argomento con il sostegno che ci può essere, su una data superficie, una moltiplicita di rette che passano attraverso un dato punto, che sono tutte parallele a un altra data retta. Il suo argomento è migliore di quello di Riemann in quanto lui non *inizialo* con una contraddizione - come spiegheremo più in avanti. (Asserzioni riemanniane che non ci sono inerenti delle contraddizioni nel presupposto che tutte le *rette* parallele nei spazi *curvi* alla fine si intersecano, ci fanno ricordare del contadino che sosteneva che non c'erano deiezioni animali in tutte le sue terre, sostenendolo mentre stando in piedi alle caviglie in una pila delle cose! E quelli dei *fautori* di Lobachevskij che affermano che il loro maestro stava parlando di linee *rette* sulle superficie *curve* si trovano con i loro piedi nella stessa pila di popò, o almeno in una simile.)

Ma il Lobachevskij *stesso* sembra di essere stato più intelligente di quest'altri. La sua tesi fa perno sulla realizzazione tacita che *pure su una superficie piatta,* nessuna retta può essere di lunghezza *veramente* infinita, ma solo di una lunghezza *indefinita*. (Se ci fosse una linea - sia retta o curva - di lunghezza *veramente* infinita, il numero di metri - o chilometri, o anni luce, o qualsiasi altra unità di lunghezza - in essa sarebbe *maggiore al numero dei numeri;* [11] o in altre parole, questo numero di unità di lunghezza dev'essere maggiore di qualsiasi nu-

[11] Si noti che il numero dei numeri non può essere veramente infinito, perché se lo fosse, sarebbe in contraddizione con la definizione stessa di «numero» - per esempio, quella derivata dagli assiomi di Peano, o dagli assiomi della teoria degli insiemi (come quella sviluppata da Zermelo e Fraenkel, e successivamente estesa da John von Neumann) - secondo la quale, se x è un numero, allora $x + 1$ non è uguale a x. (Se x è infinito, allora ovviamente $x + 1 = x$ ... e quindi x, se è infinito, non può essere un numero secondo gli assiomi utilizzati per definire che cosa sono i numeri.)

Inoltre, ogni numero naturale, senza eccezione, deve possedere un numero *finito* di cifre; e quindi ogni numero naturale, senza eccezione, deve essere *finito*.

Per di più, il «numero dei numeri» non può essere «maggiore di qualsiasi numero», dato che se così fosse il caso, otteneremmo la contraddizione di «un numero essendo maggiore di qualsiasi numero» - o in altre parole, un numero che allo stesso tempo appartiene *e* non appartiene al insieme dei numeri.

Per tutte queste ragioni, il numero dei numeri non può essere veramente *infinito.*

mero ... il quale è una chiara contraddizione in termini: nessun numero, ovviamente, può essere «maggiore di qualsiasi numero»)![12] In qualsiasi superficie piatta, *pure nell'immaginazione,* tutte le rette devono per forza *terminare* a qualche punto. Così ci può essere, *pure su una superficie piatta,* una molteplicità di rette che passano attraverso un punto singolo trovandosi su una data retta, in modo che le suddette altre rette *non* intersecano la data retta. E se le «linee parallele» vengono definite come delle «rette che si trovano su un unico superficie piatto che non si intersecano», allora di nuovo ci potrebbe essere un numero *indefinito* di rette parallele a una data retta e passando attraverso un dato punto - *anche se ci limitiamo ad una superficie piatta*. E questo, per quanto va, è abbastanza vero.

Ciò che *non* è vero è che la definizione sopraindicata del termine «rette parallele» *non è affatto sufficiente:* le rette *veramente* parallele non solo non devono *intersecarsi,* ma non possono nemmeno *avvicinarsi* una all'altra (né, del resto, possono *allontanarsi* una dall'altra) - e questo, *in qualsiasi misura,* anche la più minuta. Se lo fanno, allora *non possiamo parlare di loro come rette veramente parallele!* Sarebbe, se non proprio simile a chiamare un «soufflé di salmone» una «torta di mele», almeno simile a chiamare questo primo un «filetto di sogliola alle mandorle», o quest'ultimo un «muffin di crusca». *Sicuramente non le sono, e non possono mai esserle nemmeno.*

IL POSTULATO EUCLIDEO DELLE PARALLELE

Si può constatare che fino ad ora non abbiamo fatto menzione del postulato quinto del Euclide, e cioè il postulato dei paralleli, il quale afferma: «Se, in un piano, una retta, intersecando due altre rette, forma con esse, da una medesima parte, angoli interni la cui somma è minore di due angoli retti, allora queste due rette, se indefinitamente prolungate, finiscono con l'incontrarsi dalla parte detta.» (Si lascia non detto, naturalmente, che questo vale solo per le rette in un piano *piatto* - cioè, soltanto in *due* dimensioni; se applichiamo le sue parole alle rette in *tre* dimensioni, è evidente che non vi è alcuna necessità assoluta per ogni due rette di incontrarsi, non importa quale).

In alternativa - se Euclide avesse voluto lasciare il requisito (non detto) che queste tre rette si trovano tutte su un piano *piatto* - avrebbe potuto affermare che se una retta interseca due altre rette perpendicolari a loro, quest'ultime due rette *non* potrebbero mai intersecarsi: sia in una superficie bidimensionale o in un volume tridimensionale.

Altri hanno tentato di sostituire il postulato delle parallele di Euclide da un postulato alternativo che definisce le rette parallele come quelle che sono sempre *equidistanti* tra loro. Questa definizione, la quale è, pure essa, del tutto valida, non richiede alcuna definizione di «dimensione».

---

[12] Da ciò deve conseguire anche - contrariamente alla gran parte di quello che viene insegnato nelle scuole e nelle università nei nostri giorni - che il numero di punti su una linea *non può essere infinito:* può essere soltanto in una quantità *indeterminata*. Se il numero di punti fosse *veramente infinito*, otteneremmo ancora una volta «un numero maggiore a qualsiasi numero» - il quale è una chiara autocontraddizione.

(Vedi anche il mio argomento semplice - in inglese - contro la procedura diagonale del celebre matematico Cantor a http://ardeshirmehta.com/SimpleArgumentAgainstCantor.pdf.)

Comunque, il motivo per cui non abbiamo fatto menzione di questo postulato, è che a causa del fatto che abbiamo già enunciato le definizioni di «linea retta» e di «angolo retto», siamo in grado di *derivare* le definizioni di «triangolo retto» e di «superficie piatta», e di qui la definizione di «rettangolo»: per esempio, «due triangoli retti congruenti che si trovano su una unica superficie piatta e che condividono le loro ipotenuse.» Da questa definizione viene facilmente dimostrato che i lati opposti di un rettangolo, non importa quanto possano essere in lunghezza, sono sempre parallele tra loro nel senso di *tutte* le definizioni sopraindicate: non *s'incontrano*, sono sempre *equidistanti* tra loro, e l'angolo tra due lati adiacenti di un rettangolo è sempre un *angolo retto*.

Così, anche se è vero che il postulato quinto di Euclide non è derivabile dai *suoi* altri quattro postulati, è nonostante derivabile dai *nostri* postulati; e quindi non abbiamo bisogno di affermerlo come un *postulato*, ma piuttosto come un *teorema* (cioè, un'affermazione *dimostrabile*).

DELLE INTERPRETAZIONI ARITMETICHE E ALGEBRICHE DELLA GEOMETRIA

Naturalmente dobbiamo ancora spiegare il fatto che la geometria può essere interpretata aritmeticamente e algebricamente con un grado sorprendente di correlazione. Il primo esempio è il teorema di Pitagora. Se un triangolo retto possiede tre lati di lunghezze a, b e h (ove h è la lunghezza dell'ipotenusa), allora le lunghezze a, b e h sono legati secondo la formula algebrica $a^2 + b^2 = h^2$.

E se *tre* rette a, b, e c sono collegati in modo che a è perpendicolare a b ad una delle estremità di b, e c è perpendicolare a b alla sua altra estremità, in modo tale che c sarebbe anche ad angolo retto ad una retta r parallela ad a se r fosse stata attaccata alla giunzione delle rette b e c, allora la lunghezza della retta h che congiunge le altre estremità delle rette a e c sarebbe legata alle lunghezze di a, b e c nella relazione $a^2 + b^2 + c^2 = h^2$.

Questi teoremi possono essere dimostrati e provati geometricamente, in modo che non vi è alcun dubbio che le formule algebriche riportate sopra sono corrette.

Però - e questo è il grande «però» - sembra ridicolo «generalizzare» da questo, e dire che che se *quattro* o *più* rette a, b, c, d … n fossero collegate in modo che a è ad angolo retto a b a una delle estremità di b, e c è perpendicolare a b all'altra estremità di b, e d perpendicolare a c all'altra estremità di c, tale che d sarebbe anche perpendicolare alla retta r parallela ad a e anche perpendicolare ad una retta s parallela a b se r e s fossero allegate alla giunzione delle rette c, d, *ecc., ecc.*, allora la lunghezza della retta h che unisce le altre estremità delle rette a ed n sarebbe correlata alle lunghezze di a, b, c, d, … n secondo la formula algebrica $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ... + n^2 = h^2$. Questo perché tale retta aggiuntiva d (o rette aggiuntive d, e, … n) *non possono essere generate affatto, neppure nell'immaginazione!* Quindi un «teorema» del genere *non può mai essere provata,* né geometricamente né algebricamente. (E senza una *dimostrazione* o una *prova,* perché dobbiamo credere in *qualsiasi* affermazione matematica o geometrica?)

Infatti, dal punto di vista puramente geometrico, tale affermazione non può essere nemmeno *smentita:* nella geometria *genuina* si tratta di una affermazione *priva di ogni senso*, una «affermazione» che non può essere né vera né falsa - insensata, come il celebre esempio di una frase insensata coniato dal professore della linguistica di M.I.T. Noam Chomsky, *viz*: «Idee verdi incolori dormono furiosamente».

(Si noti che non parliamo qui di una «geometria» dei spazi curvi - la quale inizia con la contraddizione piuttosto evidente delle linee curve che sono affermati di essere invece delle rette - ma dei spazi comuni, o spazi *«piatti»,* presunti di possedere *più di tre dimensioni.* Sicché, in un caso del genere, noi non tanto troviamo una contraddizione in termini, ma invece un *insieme di termini che si traduce in una dichiarazione priva di ogni senso*.)

ARGOMENTI CONTROFATTUALI (OSSIA ARGOMENTI DEL TIPO «SE … ALLORA»)

Viene spesso affermato che non importa se o no delle rette simili di cui sopra possano essere effettivamente *generate:* tutto ciò che diciamo è che *se* tali rette potrebbero essere generate, *allora* l'affermazione sopraindicata sarebbe dimostrata e provata: un po' simile al unicorno indicato in precedenza nel nostro saggio.

Ma c'è un difetto logico nel ragionamento sopraindicato: esso assume - oltre a supporre che tali rette potrebbero essere *generate* - anche che in seguito, il teorema di cui l'interpretazione algebrico è $\boldsymbol{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + \ldots + n^2 = h^2}$ potrebbe essere *provato matematicamente:* o in altre parole, che *una prova matematica esisterebbe* per la suddetta formula algebrica. Ma con quale giustificazione possiamo *ipotizzare l'esistenza di una prova?* Sicuramente una prova è, per la sua stessa definizione, qualcosa che dev'essere *derivata* e *dimostrata logicamente,* non solo *ipotizzata*. Se un'affermazione è semplicemente *assunta*, sia nella logica, sia nella matematica (vi compresa la geometria), allora può essere denominata solo un *assioma* o un *postulato*, ma sicuramente *non* una *prova*.

Il problema è, quindi, che anche se si ammetta che potessero esistere tali rette, questo di per sé non sarebbe sufficiente a fornirci una *dimostrazione* o una *prova* dell'affermazione suddetta. Né può essere presa quest'affermazione, non come un teorema, ma come un postulato (non dimostrato), perché allora *staremo assumendo in anticipo ciò che noi intendiamo di dimostrare!* E questa non è logica corretta, e neppure ragionamento *informale* corretto … come ogni studente di liceo sarebbe in grado di informarci con gran certezza.

UN'INTERPRETAZIONE DELLA GEOMETRIA NON È LA GEOMETRIA

Bisogna anche ricordarsi che *un'interpretazione* della geometria non è, *di per sé,* la geometria: si tratta soltanto di *un'interpretazione* della geometria. (Come si direbbe nello slang inglese: *«Duh!»*) Sembra piuttosto superfluo dirlo, ma sembra tuttavia necessario, dato che nella fisica moderna - o meglio, ciò che vale per la «fisica» in questi giorni - tali interpretazioni sono affermati di *essere* la geometria. Una formula matematica come quella sopraindicata, ovvero $\boldsymbol{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + \ldots + n^2 = h^2}$, non può, *essa stessa,* far parte della geometria, e non c'è nemmeno alcuna prova per essa né nell'aritmetica né nell'algebra. Si tratta soltanto di *un'interpretazione* di una espressione geometrica, dato che nell'aritmetica e nell'algebra (puramente considerate, cioè senza includerci la geometria), si può sempre trovare *alcuni* valori di ***a***, ***b***, ***c***, ***d***, ... ***n*** e ***h*** per cui la suddetta formula è corretta, e dei *altri* valori di ***a***, ***b***, ***c***, ***d***, ... ***n*** e ***h*** per i quali la stessa formula è sbagliata. Così, nell'aritmetica e nell'algebra (puramente considerate), la formula stessa *non è un teorema* - un «teorema» essendo «una formula per cui esiste una *prova dimostrabile*».

Poiché una prova non esiste per una tale formula, né nell'aritmetica né nell'algebra, e poiché non esiste per essa una prova nemmeno nella geometria derivata dagli assiomi, postulati, *ecc.* rigorosamente definiti, con quale giustificazione possiamo affermare affatto che è un *teorema* di matematica (vi compresa la geometria)? Sicuramente non lo possiamo. E tuttavia tali formule, o altre formule simili - come le formule per il calcolo dei intervalli «spaziali-temporali» tra degli eventi nel cosiddetto «spazio-tempo» relativistico - sono affermati spesso di essere *teoremi*. Tali affermazioni, ovviamente, non possono essere affatto giustificate, almeno a rigor di logica.

IL SIGNIFICATO DI UN INSIEME DI SIMBOLI

Viene pure stato affermato spesso che *non nascono delle contraddizioni* dal supposto che esistano quattro o più dimensioni, e dall'utilizzazione delle coordinate «cartesiani» per dimostrare dei teoremi in tali spazi. Ma una tale argomentazione confonde due significati distinti del termine «prova».

Se si restringe se stessi soltanto alla logica *simbolica,* una «prova» nella logica simbolica non possiede, ovviamente, alcun *significato,* dato che i simboli che costituiscono tale prova non portano, loro stessi, alcun significato; nella logica simbolica, tutto ciò che è stato fatto è *la manipolazione di un numero finito di simboli*, tutti privi di significato, secondo un numero finito di regole. Questo, come abbiamo già indicato, è come un computer o una calcolatrice - che non capisce nulla - può «fare la matematica»: tutto ciò che può fare è la manipolazione dei simboli secondo certe regole, chiamate «programmi».

Ma dopo che questi simboli vengono *interpretati* in modo da rendere che ognuno di loro *significasse qualcosa,* allora ogni «prova» ne ottenuta deve, pure essa, *significare* qualcosa: una prova è, dopo tutto, un insieme di quei simboli stessi, ai quali sono adesso attribuiti dei *significati*. Questo è come gli esseri coscienti, per esempio noi umani, «facciamo la matematica»: *intendiamo* qualcosa nell'affermando che c'è una prova matematica di qualsiasi formula.

Ma che tipo di significato può essere attribuita ad una formula che *a priori* si presuppone di non portare alcun significato - e cioè, una o più dimensioni *in aggiunta* alle tre che possiamo osservare, e la quale (o le quali) non possiamo neppure *immaginare*? Sicuramente, sostenere che una tale «prova» ritiene qualsiasi significato, estende il significato della parola «significato» ben oltre il suo punto di rottura. In tal caso, la contraddizione che si pone non giace nel teorema stesso, ma nell'assumendo tacitamente che un insieme di simboli tutti privi di significato in effetti porta una sorta di significato esoterico - anche se è fin troppo evidente che tal significato *non può essere afferrato dalla mente.*

In conseguenza, anche se l'insieme dei simboli che pretendono di essere teoremi di una «geometria» di quattro o più dimensioni possono essere ottenuti, derivandole dalle norme utilizzate per la manipolazione di tali simboli, senza alcuna contraddizione rilevata dalla suddetta derivazione, questo di per sé non rende tali teoremi *significativi* … riferendo a *qualsiasi* tipo di geometria. Tutto quel che ciò può essere è un insieme di teoremi della *logica simbolica* - il quale, per la stessa definizione del termine «logica simbolica», significa che tali teoremi devono essere *totalmente privi di ogni significato comprensibile*.

IL SIGNIFICATO DELLA GEOMETRIA

Da tutto quanto sopra, diventa fin troppo evidente che non ci può essere qualsiasi disciplina come una «geometria completamente priva di significato». Infatti è discutibile se potrebbe essere pure una *matematica* completamente priva di significato - o, più precisamente, se un insieme di simboli, anche della matematica pura (di cui nessuna applicazione pratica è mai preveduta) - non dovrebbe essere chiamato più precisamente un'espressione della «logica simbolica pura» invece della «matematica». Solo quando i simboli della logica simbolica vengono *interpretati* in modo da ricavarne dei teoremi matematici, che possiamo ottenere una disciplina che, *con abbastanza giustificazione, può essere definita* la «matematica». Sicuramente, senza una tale interpretazione, dovrebbero esser chiamate giustamente soltanto delle espressioni della *logica puramente simbolica* - cioè, un insieme di simboli privi di ogni significato, che vengono manipolati secondo certe regole, ma non avendo alcuna possibilità di essere *veri*.[13] Esse non possono essere chiamati «espressioni matematiche» in ogni senso *adeguato* del termine.

Così mi sembra di allungare il significato del termine «la geometria» troppo lontano dal senso, se affermiamo che «le geometrie» di quattro o più dimensioni possono avere qualsiasi esistenza *significativa* nel mondo materiale. Com'è stato già detto, il celebre ingegnere Buckminster Fuller giustamente negava l'esistenza *nel mondo materiale* pure della geometria di due o tre dimensioni, sostenendo che anch'essa potrebbe esistere solo nel mondo *mentale:* cioè, nell'immaginazione. Allora, parlando di una geometria che non può esistere *nemmeno nella fantasia*, con quale giustificazione possiamo chiamarla affatto «la geometria»? Non dovrebbe più giustamente essere chiamata «la logica simbolica», e un chiaro avvertimento enunciato al sommo della sua porta: «Lasciate ogne comprensione, voi ch'intrate»?

IL SIGNIFICATO E LA LOGICA

Bisogna capire bene che nella *ragione propria* - non parliamo qui della logica simbolica, ma della *ragione non formalizzata*, sulla quale ogni disciplina umana, vi compresa la logica simbolica, è per forza basata - il *significato* delle parole ritiene sempre una grande importanza. Questo perché, come ogni studente di primo anno di *qualsiasi* corso universitario può dirci, il ragionamento più fondamentale di tutti *deve iniziare con proposizioni*. Una proposizione è, nel contesto del ragionamento più fondamentale - e secondo la sua stessa

---

[13] Come scrive Kurt Gödel nel suo famoso opuscolo di 1931 intitolato «Su proposizioni formalmente indecidibili di Principia Mathematica e di sistemi correlati» [ossia il cosiddetto «primo teorema di incompletezza di Gödel»]: «Lo sviluppo della matematica nella direzione di una maggiore precisione è - come è ben noto - risultato a grandi tratti di essa diventando formalizzati, in modo che le prove possono essere eseguite secondo alcune regole meccaniche.» Vedi anche il mio libro, scritto con il filosofo argentino Ferdinand Romero, intitolato *Critique of Gödel's Theorem*, il quale si trova (in inglese) sul internet a http://www.ardeshirmehta.com/Critique_Of_Goedel.pdf.

definizione - *una dichiarazione che dev'essere o vera o falsa; ma certamente non ambedue, ossia vera e falsa contemporaneamente; e nemmeno né vera né falsa*.[14] Una dichiarazione non avendo alcun significato non può, ovviamente, essere né vera né falsa, e quindi non può essere una vera o genuina *proposizione;* e di conseguenza *non può essere utilizzata nel ragionamento fondamentale*. E per di più, una dichiarazione *ambigua* - cioè, una dichiarazione che può avere più di un singolo significato - non può nemmeno essere una proposizione genuina, dato che la sua verità o falsità è *indeterminata;* o, più precisamente, la sua verità o falsità può essere determinata soltanto secondo il *significato* attribuito a uno o più dei suoi termini. E se un termine in una tale affermazione è infatti ambiguo, l'intera proposizione può essere resa ambigua, e quindi incapace di essere utilizzata in modo affidabile in qualsiasi ragionamento *fondamentale:* cioè, in qualsiasi logica o ragionamento *di base*.[15]

Ormai, denominare una «geometria» di più di tre dimensioni «una geometria» renderebbe la parola «geometria» *ambigua*, e pertanto non in grado di essere utilizzato in modo *affidabile* in qualsiasi argomento del ragionamento *fondamentale*. Se vogliamo impiegare un tale concetto in un argomento del ragionamento *fondamentale,* dobbiamo denominarla utilizzando qualche *altra* parola: per esempio, potremo denominarla la «geo-mito-ria» (essendo una «realtà» quasi mitologica, come i descritti del romanzo di Tolkien *Il Signore degli Anelli)!*

Ma osservate bene come questo requisito trasforma ogni sorta di argomento *scientifico* in cui vengono utilizzati le «geo-mito-rie» di più di tre dimensioni, come per esempio nella teoria della relatività (sia speciale o generale). Dal momento che si sostituisce il termine «geo-mitoria» per il termine «geometria» in questi argomenti, si rende conto chiarissimamente che nessun tale argomento può essere applicato al mondo *fisico*. Questi includono, senz'altro, degli argomenti riferendosi alle «geometrie» della teoria della relatività.

LA GEOMETRIA DELLO «SPAZIO-TEMPO» DI MINKOWSKI

C'è anche da notare che la cosiddetta «geometria» dello «spazio-tempo» di Minkowski - sviluppata col preciso scopo di stabilire fermamente su una fondazione geometrica e matematica gli argomenti della teoria della relatività speciale di Einstein - deve essere inclusa nella categoria delle suddette «geo-mito-rie». Naturalmente è abbastanza vero che un punto spostandosi attraverso lo spazio in una singola direzione descrive una retta - cioè, un continuum *unidimensionale;* una retta spostandosi attraverso lo spazio in qualsiasi direzione a un angolo qualsiasi in rispetto di sé, descrive una superficie piatta - cioè, un continuum *bidimensionale*; e una superficie piatta spostandosi nello spazio in qualsiasi direzione a un angolo qualsiasi in rispetto di sé, descrive un volume - cioè, un continuum *tridimensionale*. Ma da questo non può essere «generalizzato» - come abbiamo già notato in avanti - sostenendo che un volume che si sposta nello spazio in qualsiasi direzione a un angolo qualsiasi in rispetto di sé, descrive un continuum *quadridimensionale*, perché noi tutti sappiamo che un volume che spos-

[14] È vero che questo vale soltanto per la logica binaria o aristotelica; ma dal momento che tutta la matematica - tra cui la geometria - è derivata impiegando soltanto la logica binaria, ci limiteremo qui a questo tipo di logica.

[15] Ciò non vuol dire che il ragionamento non formalizzato non può mai essere in errore; ma pure i suoi errori vengono scoperti, nell'ultima analisi, impiegando degli argomenti del ragionamento informale!

ta nello spazio in *qualsiasi* direzione descrive semplicemente un volume ancora più grande di sé, e *non affatto* un continuum quadridimensionale!

Allo stesso modo, anche se è vero che si può rappresentare il movimento di un punto in uno spazio unidimensionale nella forma di un grafico cartesiano bidimensionale, con il tempo rappresentato sull'asse verticale e lo spazio sull'asse orizzontale, e per di più si può rappresentare il movimento di un punto in uno spazio bidimensionale nella forma di un grafico cartesiano tridimensionale, con il tempo rappresentato sull'asse verticale e lo spazio sui due assi orizzontali, non c'è alcun senso nell'affermare che si può rappresentare il movimento di un punto in uno spazio *tridimensionale* nella forma di un grafico cartesiano *quadridimensionale*, con il tempo rappresentato sull'asse verticale e lo spazio sugli assi orizzontali, perché abbiamo bisogno di *tre* assi orizzontali per rappresentare i *tre* dimensioni dello spazio tridimensionale, e sappiamo fin troppo bene che *non possiamo affatto ottenere tre assi cartesiani orizzontali!*

E se vogliamo utilizzare l'asse verticale per rappresentare la terza dimensione dello spazio tridimensionale, *non ci rimane alcun asse* su cui il tempo può essere rappresentato.

LO «SPAZIO-TEMPO» DI MINKOWSKI INCOMPATIBILE CON IL CONCETTO DI «MOVIMENTO»

È evidente, inoltre, che se il tempo viene trattato come qualsiasi altra dimensione spaziale - come accade nello «spazio-tempo» di Minkowski, il qual'è la base geometrica della teoria della relatività speciale - allora i concetti di *movimento* e *velocità* non possono ritenere alcun senso. Dopo tutto, il movimento di un corpo è *definito* come un cambiamento *della* posizione spaziale (del detto corpo) *nel* tempo, e la velocità è definita come la distanza di spazio attraversata dallo stesso corpo durante un periodo precisato di tempo - e se il tempo stesso viene trattato come qualsiasi altra dimensione spaziale, allora tali concetti perdono ogni significato!

In un tentato di superare questo problema, nella teoria della relatività il movimento viene trattato come un concetto *relativo:* si dice che un corpo è in movimento o no dipendente esclusivamente dal suo movimento *relativo* al movimento dell'osservatore. Se l'osservatore si muove insieme al corpo osservato, alla stessa velocità e nella stessa direzione, quel corpo viene considerato *immobile* dallo stesso osservatore, anche se lo stesso corpo potrebbe essere considerato muovente da qualsiasi *altro* osservatore. Questo viene spesso denominato «il principio di relatività». E si può infatti accettare la validità di questo principio come enunciato sopra, almeno come esercizio preliminario.[16]

Tuttavia, c'è un problema qui, dato che per formulare la *teoria* della relatività *non basta* il *principio* di relatività: si deve anche postulare che *la velocità della luce è una costante per tutti gli osservatori:* affermando in tal modo che, per quanto riguarda le onde luminose (o i fotoni), il movimento *non* è un concetto relativo, ma invece è *assoluto!* Questo è ovviamente in contraddizione con il sopradescritto principio di relatività - come lo stesso Einstein si rese conto fin troppo bene (vedi capitolo VII nel suo libro dell'anno 1920 intitolato *Relativity: The*

[16] Comunque, come vedremo più in avanti, avremo motivo nel corso delle nostre meditazioni di dubitare la validità pure di questo principio.

Special and General Theory, disponibile - in inglese - sull'internet a <http://www.bartleby.-com/173/7.html>).

LA RELATIVITÀ DELLA SIMULTANEITÀ

In un tentativo coraggioso di superare questa contraddizione - la quale è piuttosto evidente - Einstein ha ideato il suo famoso esperimento concettuale del «treno», il cui scopo è di dimostrare che due eventi separati da una distanza, i quali sono simultanei per un dato osservatore, devono essere - o così afferma Einstein - sicuramente *non* simultanei per un altro osservatore chi sta muovente a una velocità ***v*** rispetto al suddetto primo osservatore. In altre parole, Einstein tentò di dimostrare che pure *la simultaneità degli eventi separati da una distanza dev'essere relativa*, e dipendente dalla velocità dell'osservatore.

Per coloro che non hanno familiarità con l'esperimento concettuale del «treno» di Einstein, descriviamolo qui di seguito. Supponiamo che - così sostiene Einstein - un treno si muove uniformemente e rettilineamente ad una velocità ***v*** accanto una piattaforma ferroviaria. Supponiamo che un uomo si trova in piedi sulla piattaforma, e supponiamo che un passeggero si trova in piedi sul treno esattamente al suo punto centrale. Supponiamo che, durante il movimento del treno accanto la piattaforma, presso al momento che gli suddetti uomini passano l'uno l'altro, due fulmini forti colpiscono le due estremità del treno, lasciando delle bruciature sull'estremità anteriore del motore e sull'estremità posteriore della cambusa, e anche sulla pista sotto di loro. (Einstein per la sua parte non parla delle bruciature, ma noi ne introduciamo in modo di essere certi dei punti in cui i fulmini colpiscono il treno ed i binari.) Supponiamo che l'uomo sulla piattaforma osserva i due lampi contemporaneamente. Supponiamo per di più che in seguito, egli misura le distanze fra il luogo dove si trovava quando aveva visto i due lampi, e le due bruciature lasciate dai fulmini sui binari; e scopre che si trovava esattamente a metà strada tra questi due segni di lampeggiatura. Dal postulato della costanza della velocità della luce, ciò significa che la luce dei due lampi deve aver occupato quantità identiche di tempo per raggiungere i suoi occhi. Dal momento in cui tutto questo viene verificato, è sicuro - dice Einstein - che i due fulmini devono aver *colpiti il treno* simultaneamente.

Ora - chiede Einstein - vedrebbe anche il passeggero sul treno i due lampi contemporaneamente, si o no? Einstein sostiene che *non* li vedrebbe, perché il treno - insieme ai suoi passeggeri - si stava muovendo ad una velocità ***v*** *verso* le onde luminose (o, se preferite, verso i fotoni) provenienti *dall'anteriore* del motore, e allo stesso tempo si *allontanava* alla stessa velocità ***v*** dalle onde luminose (o i fotoni) provenienti dal *posteriore* della cambusa.[17]

[17] Da questo si rende conto, meditando attentamente alla spiegazione profferta qui sopra da Einstein, che lui presuppone *tacitamente* che nel quadro di riferimento del passeggero, la velocità delle onde di luce (o fotoni) che arrivano agli occhi del passeggero dall'estremità *anteriore* del treno è ***c + v*** - dove ***c*** è, come di solito, la velocità della luce - e la velocità delle onde di luce (o fotoni) che arrivano agli occhi del passeggero dall'estremità *posteriore* del treno è ***c - v***. Questo ovviamente contraddice il postulato della costanza della velocità della luce. Ma poiché il presupposto è del tutto *tacito,* non viene notato da coloro che non sono abbastanza attenti.

L'ESPERIMENTO MENTALE DEL «TRENO» CONTRADDICE IL POSTULATO DELLA COSTANZA DELLA VELOCITÀ DELLA LUCE

Il nostro genio[18] dimentica, però, di tenere presente che se l'argomento presentato da lui è veramente corretto, allora secondo il passeggero sul treno, la luce dovrebbe richiedere meno tempo per recarsi dall'estremità anteriore del treno fino alla sua estremità posteriore, in confronto al tempo requisito per recarsi dalla parte *posteriore* del treno fino alla sua estremità *anteriore!* In altre parole, la velocità della luce, per quanto concerne il passeggero, *non* dovrebbe essere costante, *ma dovrebbe dipendere dal movimento del treno*. Questa conclusione contraddice *l'altro* postulato di Einstein, vale a dire il postulato della costanza della velocità della luce per *tutti* gli osservatori inerziali.

E diventa molto difficile mantenere che, per quanto concerne il passeggero, la *distanza* dalla estremità *posteriore* del treno alla sua estremità *anteriore* è maggiore della distanza dall'estremità *anteriore* del treno alla sua estremità *posteriore!* :-) La *distanza* percorsa dalla luce in entrambe le direzioni deve essere, *nel quadro di riferimento del passeggero, la stessa:* essendo la distanza, ovviamente, della lunghezza del treno. E se, nel quadro di riferimento del passeggero, la luce si trasferirebbe attraverso la *stessa* distanza in *diverse* quantità di tempo, *la velocità della luce non può essere costante per lui.*

Quindi l'argomento offerto da Einstein, con il suo esperimento concettuale del «treno», per tentare di dimostrare che la simultaneità è relativa, *contraddice implicitamente il postulato della costanza della velocità della luce per tutti gli osservatori inerziali.* Almeno uno dei due postulati dev'essere errato. In altre parole, o l'argomento che la simultaneità è relativa dev'-essere sbagliato, o il postulato della costanza della velocità della luce dev'essere sbagliato - o senz'altro, entrambi possono essere sbagliati. *Ma entrambi non possono essere corretti!*

Si noti che, secondo il principio della relatività, *nel quadro di riferimento del passeggero, il treno non si muove affatto,* sia verso o lontano dai due punti in cui i fulmini avevano colpiti lo stesso treno - questi punti essendo, nel *suo* quadro di riferimento, le bruciature lasciate dai fulmini sul *motore* e sulla *cambusa.* E poiché il passeggero è, dall'altra ipotesi di Einstein, in piedi esattamente al punto medio di queste due bruciature; e se, in accordo con il postulato della costanza della velocità della luce, quella velocità dev'essere altrettanto costante per lui come per l'uomo sulla piattaforma; e per di più - come viene concluso sopra dallo stesso Einstein - se i due fulmini devono aver colpiti il treno simultaneamente, allora pure il passeggero sul treno deve *vedere* i due risultanti lampi simultaneamente.[19]

---

[18] Sono completamente in accordo con la maggior parte della gente che sostengono che Einstein era un genio - solo, a mio avviso, non lo era nella *fisica,* bensì nella *moda:* dato che il suo stile di acconciatura e abbigliamento è stato il fonte e l'origine del comportamento degli studenti e professori in tutto il mondo nei nostri giorni! Neanche Armani ha esercitato una influenza più grande sulla moda. Infatti, anch'io imito Einstein per quanto mi è possibile, e intanto ho ricevuto molti complimenti dalla gente, che mi prendono per genio anche me … nonostante il fatto che non lo sono affatto! :-)

[19] Si noti che non si può affermare logicamente che i due fulmini colpirono il treno contemporaneamente solo per quanto riguarda l'uomo sulla piattaforma, ma non per quanto riguarda il passeggero sul treno. Tale argomento sarebbe *ammettere la conclusione in anticipo della sua prova;* il quale è una comune fallacia logica, chiamata *petitio principii.*

In altre parole, *tutti e tre delle affermazioni di Einstein* non possono eventualmente essere corretti. O il principio della relatività - secondo cui ogni movimento dev'essere per forza relativo - è sbagliato; o il postulato della costanza della velocità della luce per tutti gli osservatori, indipendentemente dal loro movimento relativo alla sorgente della luce, è sbagliato; o l'affermazione che la simultaneità è relativa è sbagliato.

Come vedremo in seguito, infatti, scopriremo che a rigor di logica, tutti e tre devono essere in errore.

IL POSTULATO DELLA COSTANZA DELLA VELOCITÀ DELLA LUCE NON PUÒ ESSERE CORRETTO

In ogni caso, il postulato della costanza della velocità della luce non può eventualmente essere corretto. C'è da notare che - se accettiamo «il principio della relatività» - un modo alternativo di esprimere il postulato della costanza della velocità della luce è di dire che la velocità relativa tra qualsiasi fotone - o, se si preferisce, qualsiasi onda luminosa - e qualsiasi *altra* onda luminosa - o fotone - dev'essere sempre uguale a ***c*** (si noti che «***c***» e il simbolo universalmente accettato per rappresentare la velocità della luce). Tuttavia, se questo fosse veramente il caso, sarebbe impossibile per qualsiasi *due* onde luminose - o per qualsiasi due fotoni - lasciare una sorgente di luce contemporaneamente, ed arrivare agli occhi di un osservatore altrettanto contemporaneamente: perché se lo facessero, allora *la velocità relativa tra di loro,* come determinato dal suddetto osservatore, dovrebbe essere esattamente *zero:* e questo sarebbe in contraddizione con la conclusione di cui sopra: cioè, che secondo il postulato della costanza della velocità della luce, *la velocità tra di loro* dev'essere uguale a ***c***.[20]

In alternativa, se due fotoni, partendo da una singola sorgente, stessero spostandosi in direzioni esattamente *opposte* contemporaneamente - come sarebbe il caso di un paio di fotoni emessi in direzioni opposte da un flash che lampeggia nel vuoto per un tempo estremamente breve - allora dopo un periodo di tempo ***t*** - quando ***t*** viene misurato da un osservatore stazionario relativo alla sorgente - ciascuno di questi due fotoni si sarebbe allontanato dalla sorgente una distanza ***d = ct*** (questa distanza calcolata dallo stesso osservatore summenzionato, il quale è sempre fermo rispetto alla sorgente). Ma poiché i due fotoni si allontanerebbero in direzioni esattamente *opposte,* la distanza *tra loro* - anche questa distanza misurata dallo stesso osservatore, il quale è sempre fermo rispetto alla sorgente - dopo lo stesso periodo ***t*** sarebbe pari a ***2d = 2ct***. Poiché i due fotoni si sarebbero spostati, *secondo un solo osservatore - e cioè l'osservatore summenzionato* - attraverso una distanza ***2d = 2ct*** in un periodo di tempo ***t***, la velocità relativa tra loro, *ancora una volta determinata dallo stes-*

[20] Si può obiettare che la teoria della relatività non consente che una misura della velocità relativa tra due fotoni sia effettuata, poiché secondo essa, nessun osservatore può spostarsi alla velocità della luce. Ma basti accompagnare uno dei fotoni con un osservatore spostandosi, non proprio alla velocità del fotone stesso, ma ad una velocità che è così vicina alla velocità del fotone che la differenza non potrebbe essere misurata entro il margine di errore degli strumenti disponibili. Una tale velocità è del tutto *ammissibile* secondo la teoria della relatività, e soddisfa pure i requisiti del tesi di cui sopra.

so osservatore, sarebbe equivalente a ***2d / t = 2ct / t = 2c*** [21] - il quale risultato *contraddice* il postulato della costanza della velocità della luce, secondo il quale la velocità relativa tra un qualsiasi fotone *e qualsiasi altra cosa* deve essere sempre ***c***, a prescindere di chi la misura.

(Si può ricordare che, anche se le cosiddette «contrazione delle lunghezze» e «dilatazione dei tempi» relativistiche veramente esistessero, *la velocità relativa di un oggetto **a** rispetto ad un altro oggetto **b*** deve tuttavia essere *indipendente da un osservatore **o**, quando **o** non è, lui stesso, né l'oggetto **a** né l'oggetto **b**.* E quello perché, secondo il postulato della costanza della velocità della luce, la velocità della luce stessa deve essere, alla sua parte, del tutto *indipendente dall'osservatore.*

(E per di più, qualsiasi sorta di velocità relativa può sempre essere espressa come un percentuale - o se si vuole, come una frazione - della velocità della luce. Così, *se la velocità della luce dev'essere indipendente dall'osservatore, allora lo dev'essere pure qualsiasi frazione o percentuale di essa*.)

I «TRUCCHI» DELLA GEOMETRIA

Ora consideremo i diversi «trucchi» giocati sulla mente umana dalla geometria euclidea, a causa del fatto che Euclide, al momento di elaborare le sue definizioni, *ecc.* per la geometria (come li aveva capiti nei suoi giorni), non sembra di aveva considerato i casi in cui le sue entità immaginarie, da una parte, e l'osservatore o il geometra, dall'altra, sono *entrambi* in movimento rispetto allo «spazio» immaginario in cui la geometria veniva considerata di dispiegarsi (ossia, in cui le eventuali figure geometriche vengono tracciate). Vale a dire, Euclide - e praticamente ogni geometra dopo di lui - sembra di avere *tacitamente assunto* che esiste uno «spazio» in cui svolge la geometria, e che il geometra - ossia l'essere umano che immagina i teoremi geometrici che sta esponendo - è sempre *stazionario* rispetto a questo «spazio». All'interno del tale «spazio», delle entità geometriche immaginarie come i punti, le linee, i piani ed i volumi possono, essi stessi, essere assunti di muoversi; ma *l'osservatore* è sempre assunto di rimanere *stazionario* rispetto a quello «spazio». (Abbiamo già discusso di questo, nel parlando della immovibilità della «posizione».)

Ma nessuno sembra di aver considerato ciò che può accadere *in realtà* quando *entrambi* - le entità immaginarie che sono gli oggetti della geometria, e l'osservatore, ossia il geometra, che sta pensando a loro - sono immaginati *spostandosi* in quello stesso spazio.

Un semplice esempio di un caso del genere, con la quale noi tutti abbiamo familiarità, è quando la pioggia che sta cadendo verticalmente verso il basso relativamente ad una strada

---

[21] Per determinare la tale velocità, si può immaginare l'osservatore a una distanza ben precisata dalla sorgente della luce, mentre che i due fotoni partono dalla sorgente in direzioni esattamente opposte, così che la retta tra di loro è sempre perpendicolare alla retta che congiunge l'osservatore con la sorgente. Se eventualmente i due fotoni incontrassero due specchi equidistanti dalla sorgente, in modo che la distanza tra ognuno e la sorgente è ben precisata, e così allineati che le due riflessioni dei fotoni vengono dirette agli occhi dell'osservatore, allora se i due fotoni lascerebbero la sorgente contemporaneamente, giungerebbero agli occhi dell'osservatore pure contemporaneamente; e l'osservatore sarebbe in grado di calcolare esattamente quanto tempo è stato requisito per la luce di raggiungere agli specchi dalla sorgente.

orizzontale, viene osservata da noi quando siamo in una macchina in *movimento* velocemente lungo quella stessa strada. Vediamo la pioggia cadendo, non verticalmente verso il basso, ma obliquamente alla strada. Questo fenomeno viene chiamata la «aberrazione».

Infatti, se siamo in possesso di una squadra da disegno avvitata saldamente alla parabrezza della macchina, in modo che una barra della squadra è sempre perpendicolare alla strada, e l'altra barra viene fissata orizzontalmente nella direzione del movimento della vettura, saremo effettivamente in grado di osservare, confrontando la pioggia con le barre verticali e orizzontali della squadra, che la pioggia infatti cade, non lungo la barra verticale, ma obliquamente ad essa: in tal modo «provando» alla nostra soddisfazione quel che conferma l'osservazione da parte da noi, che la pioggia *non* cade verticalmente.

Ma se viene collocata una squadra simile sulla *strada* stessa, stazionaria rispetto alla strada, allora osservando la pioggia cadendo lungo *quell'altra* squadra, si vede chiaramente che la pioggia infatti cade *verticalmente!*

Allora, quale è la «realtà» - è vero che la pioggia cade verticalmente, o non è vero?

LA «REALTÀ» NEL CONTESTO DELLA GEOMETRIA

La questione che si pone sopra sembra di avere una risposta abbastanza chiara sul piano terreno: normalmente rispondiamo che la pioggia sta *in realtà* cadendo verticalmente alla strada, ma quando sta osservata da una macchina in movimento, *sembra* di cadere ad angolo obliquo. Ma dal punto di vista della *fisica moderna,* questa risposta non è molto soddisfacente, perché se lo fosse, saremmo in grado di dire *sicuramente* ed *indubbiamente* che l'auto è in *movimento,* e la terra (con la strada) è *a riposo.* Ma nei tempi moderni sappiamo che la terra *non* è a riposo affatto, ma si muove attraverso lo spazio interstellare. Non solo sta in rotazione attorno al proprio asse, ma sta anche girando attorno al centro di massa del nostro sistema solare, il che a sua volta sta girando attorno al centro di massa della nostra galassia. E la nostra galassia sta anch'essa spostandosi nell'universo su una traiettoria non ancora ben precisata. Anzi, se vogliamo essere scrupolosamente onesti, dobbiamo dire che *non abbiamo alcuna idea* in quale *esatta* traiettoria la terra si sta muovendo! Tutto ciò che possiamo dire, insieme a Galileo, è: «Eppur si muove».

Non c'è modo, quindi, di definire *in queste circostanze* ciò che è un angolo retto. Infatti, se immaginiamo la nostra suddetta strada nello spazio interstellare, con la pioggia sostituito da - per esempio - delle particelle dei raggi cosmici, tutte rientranti ad angolo retto rispetto alla strada, esse dovrebbero o colpire la strada ad angolo retto, o no, dipendendo dal nostro punto di vista: cioè, se immaginiamo la strada in movimento, o no!

E c'è da notare che, sebbene l'esempio precedente si occupa della pioggia o delle particelle dei raggi cosmici - i quali sono oggetti del mondo materiale - *lo stesso risultato si otterrebbe* se invece della pioggia o delle particelle dei raggi cosmici, avessimo immaginato delle «particelle» immaginari puntiformi rientrando nella stessa direzione come la pioggia (o la «pioggia» delle particelle dei raggi cosmici, qualunque sia il caso). In altre parole, questo è un fenomeno puramente *geometrico*, e interamente *immaginario,* che può esistere *pure nella fantasia*, e non dev'essere una verità *materiale* o *fisica* … o almeno, non *necessariamente.*

PERCORSI DIRITTI *VS* PERCORSI CURVI

E questo diventa ancora più evidente quando si rende conto - che dire della differenza tra un angolo retto e qualsiasi altro tipo di angolo - che anche la differenza tra un percorso *rettilineo* ed uno *curvo* scompare quando vengono immaginati *due* oggetti in movimento, tra cui uno è l'osservatore - ossia il geometra - chi sta *accelerando* lungo un percorso rettilineo, mentre che l'altro oggetto - quello che viene osservato - si sta *spostando uniformemente* lungo un percorso rettilineo. Se «osserviamo» nell'immaginazione un punto che si sposta uniformemente e rettilineamente, mentre che noi stiamo *accelerando* - pure nell'immaginazione - lungo un percorso rettilineo perpendicolare alla traiettoria del movimento del suddetto punto, la traiettoria del punto apparirebbe a noi *curvato,* anche se *per definizione* il punto si muove *rettilineamente!* (Questa è l'essenza del famoso esperimento concettuale «dell'ascensore» di Einstein, che si basa per il suo effetto illusorio proprio su questo trucco della geometria.)

Quindi, se vogliamo preservare *il senso,* o *il significato,* della geometria *genuina*, dobbiamo specificare che le «entità geometriche» (cioè, i punti, i piani, i volumi e le altre figure geometriche alle quale si sta pensando) sono permessi, senz'altro, di essere considerati in moto nello spazio in cui si immagina la geometria svolgendosi, ma *l'osservatore stesso* - ossia il geometra - *non può essere considerato pure lui in movimento*. Non è permesso a noi di immaginare la geometria svolgendosi in tal modo *che anche noi*, i geometri (vale a dire, noi umani che stiamo facendo la geometria nella nostra mente) stiamo in moto nello stesso spazio immaginario. Se assumiamo così, allora i concetti della «retta» e del «angolo retto» perdono ogni significato; e in conseguenza tutti i teoremi della geometria - tra cui il teorema di Pitagora - *diventano del tutto privi di significato*. Infatti, come abbiamo sottolineato in precedenza, anche il concetto di «posizione» o «locazione» diventa privo di significato.

Perciò, se vogliamo preservare la validità logica della geometria - almeno come la conosciamo - dobbiamo *aggiungere* un postulato alla geometria che afferma, in effetti, che per mantenere la validità logica dei teoremi della geometria, solo le entità immaginarie che sono gli *oggetti* della geometria possono essere considerati muovendo attraverso lo spazio in cui immaginiamo la nostra geometria svolgendosi, ma «*l'osservatore*» di queste entità - cioè il geometra, vale a dire la persona che «fa» la geometria nella sua immaginazione - dev'essere considerato sempre *stazionario*. La validità stessa del concetto di «posizione» o «luogo», così come quelle di un «angolo retto» e di una «linea retta», dipende *strettamente* da questo postulato - ed *ipso facto*, pure la validità della maggior parte dei teoremi della geometria dipende strettamente dallo stesso.

L'ESPERIMENTO CONCETTUALE «DELL'ASCENSORE» DI EINSTEIN

Nell'esperimento concettuale «dell'ascensore» di Einstein troviamo questo postulato violato, e di conseguenza possiamo dire conclusivamente che non rappresenta un vero e proprio argomento geometrico, ma rappresenta invece un trucco, o almeno un'illusione. Coloro che hanno familiarità con la teoria della relatività generale ovviamente avranno familiarità anche con questo esperimento mentale, ma a beneficio di coloro che non lo hanno, vorrei delineare la parte rilevante in seguito. Si consideri un ascensore senza finestre - dice Einstein -

con un uomo chi si trova in esso, e con l'ascensore situato nello spazio vuoto lontano da qualsiasi campo gravitazionale rilevabile. Quest'ascensore viene considerato accelerando verso l'alto (per esempio, con l'aiuto dei razzi; Einstein per la sua parte non menziona i razzi, ma sappiamo che i razzi sarebbero in grado di fare il necessario), così generando nell'ascensore un campo «gravitazionale» che mantiene l'uomo in piedi nell'intorno. Supponiamo che l'accelerazione dell'ascensore è sempre costante e rettilineo. Ora immaginiamo che un raggio di luce che si propaga nello stesso spazio vuoto ad angolo retto rispetto alla linea dell'accelerazione dell'ascensore attraversalo. Allora, se quel raggio di luce sarebbe ammesso nell'ascensore attraverso un piccolo foro in una delle sue mura, apparirebbe - dal punto di vista dell'uomo nell'ascensore - *curvato verso il basso,* e di conseguenza avrebbe colpito la parete di fronte un po' *inferiore* al posto direttamente di fronte dal suddetto piccolo foro.[22]

Ma si noti che il raggio di luce apparirebbe curvato solo dal punto di vista del uomo nell'ascensore. (È l'uomo nell'ascensore che viene considerato il «osservatore» qui.) Ma poiché è costantemente in *accelerazione* inerziale, la sua velocità è in continua *evoluzione*, e pertanto egli non può essere considerato stazionario in ogni momento! E dalle nostre precedenti considerazioni, è impossibile che la geometria sia logicamente valida quando l'osservatore stesso si muove nello spazio in cui la geometria viene immaginata da svolgersi.

E questo è dimostrato dal fatto che, giudicato da *un'altro «osservatore»* che sta osservando - o immaginando - l'ascensore *dall'esterno,* e che di conseguenza *non* sta accelerando insieme con l'ascensore nello spazio in cui la geometria è immaginata di dispiegarsi, *lo stesso raggio di luce apparirebbe muovendo lungo un percorso del tutto dritto!*

Così, per un *giusto* argomento geometrico - cioè, per un argomento geometrico *logicamente valido* - abbiamo necessità assoluta di mantenere l'osservatore *sempre fermo*. Se l'osservatore si *muove* nello spazio stesso in cui la geometria è immaginata di dispiegarsi, e se in aggiunta ci sono altri oggetti immaginari (o pure *non* immaginari) che si muovono attraverso quello stesso spazio, allora quando si tenta di precisare i percorsi di quelle entità, la geometria - inclusi i suoi teoremi - diventa logicamente invalida, in quanto non vi è più alcuna differenza da un percorso rettilineo ed un percorso curvo. O, più precisamente, un percorso «diventa» dritta o curva dipendente dallo stato di movimento (o riposo) dell'osservatore.

L'ESPERIMENTO CONCETTUALE «DELL'ASCENSORE» CON UN «TWIST»

E non c'è migliore dimostrazione di questo fatto, che una considerazione di ciò che l'uomo nell'ascensore osserverebbe se l'ascensore fosse impartita, non un'accelerazione *costante,* ma delle accelerazioni e decelerazioni alternative e *non* costanti in direzioni diverse (diciamo, per mezzo dei razzi montati sul tetto ed sotto il pavimento dell'ascensore - e forse anche sul-

---

[22] Così Einstein conclude che il raggio della luce diventa «piegato» verso il basso dell'ascensore a causa del campo «gravitazionale» generato nell'ascensore mediante la forza accelerante (nel nostro esempio, la forza dei razzi.) E da questo, Einstein deduce che la gravitazione può esercitare una forza sulle onde luminose (o se vuole, sui fotoni). Ma Einstein non si rende conto che *lo stesso effetto si troverebbe se invece del raggio della luce, una «corrente» di punti geometri - che non possiedono alcuna massa - fossero immaginata attraversando lo stesso ascensore!* E cioè, secondo il ragionamento di cui sopra, «l'accelerazione gravitazionale» dovrebbe aver un effetto pure *ai punti geometrici del tutto immaginari,* così provando che l'argomento di cui sopra non è affatto applicabile alla *fisica.*

la sua fronte e la sua parte posteriore - tutti sparando alternativamente e a momenti diversi con forze diverse). In tali circostanze, l'uomo nell'ascensore - se fosse legato fermamente, per esempio, ad una sedia in esso, in modo che non sarebbe scagliato qui e là a in seguito delle suddette accelerazioni e decelerazioni - quell'uomo osserverebbe il percorso di un raggio di luce che viene ammesso, come detto in precedenza, tramite un piccolo foro in una delle pareti di ascensore, *di essere del tutto deformato,* e quindi né curvato soltanto verso il basso, né soltanto verso l'alto! E naturalmente, il percorso dello stesso raggio non sembrerebbe a lui di essere del tutto diritto.

Infatti, impiegando dei spari giudiziosi dei razzi, l'uomo potrebbe «osservare» il percorso dello stesso raggio di luce in qualsiasi forma aggrada, inclusa una forma di cavatappi.

E tuttavia sappiamo che, dal punto di vista di un osservatore che si trova (o viene immaginato di trovarsi) *fuori dall'ascensore* - un osservatore che *non* viene impartito né delle accelerazioni né delle decelerazioni - secondo un tale osservatore, *il percorso dello stesso raggio di luce sarebbe perfettamente dritto.*

Quindi possiamo dire con un notevole grado di fiducia che il percorso *reale* di quel raggio di luce è *dritto come una freccia,* e non affatto ondulato. Il percorso ondulato «osservato» dall'uomo nell'ascensore è una semplice *illusione,* creata provocando l'ascensore - e, di conseguenza, l'uomo in essa - a subire delle accelerazioni e decelerazioni in direzioni diverse.[23]

IL «PRINCIPIO DI RELATIVITÀ»

A proposito, non si può sostenere contro l'argomento sopraindicato che il movimento è sempre relativo, e un oggetto non può essere considerato né in movimento né a riposo se non sia in riferimento a - o relativo a - qualche altro oggetto. (Questo, come abbiamo accennato in precedenza, è noto come il «principio di relatività».) Questo perché, se un oggetto viene *accelerato,* il suo stato di moto dev'essere in continua *evoluzione,* e di conseguenza, l'oggetto dev'essere considerato in movimento *relativo a se stesso* da momento a momento: cioè, rispetto al *proprio* stato di moto (o di riposo) in tutti gli *altri* momenti!

E la prova è che, se in un dato momento di tempo, il proprio moto fosse stato abbinato da qualche *altro* oggetto che sta spostandosi in modo uniforme e rettilineo, allora *in quel momento particolare,* il primo oggetto sarebbe senza dubbio a riposo rispetto a quello secondo; ma lo stesso non sarebbe il caso in qualsiasi *altro* momento del tempo *prima o dopo.*

Così il principio di relatività non si applica *all'accelerazione* degli oggetti. Solo il movimento *rettilineo ed uniforme* può essere considerato relativo; ogni *altro* tipo di movimento dev'essere considerato *assoluto.*

---

[23] Sono in debito per questo argomento col egregio dottore Christoph von Mettenheim, nel cui libro *Popper versus Einstein* (scritto in inglese ma pubblicato a Tübingen, Germania con Mohr) quest'argomento venne, a mia conoscenza, enunciato la prima volta.

Infatti, meditando sul principio di relatività con maggior attenzione, siamo costretti a concludere che in *qualche* modo non ancora ben precisato, pure questo «principio di relatività» *non* può essere del tutto valido. E qui la ragione:

Secondo il detto principio, se due oggetti ***P*** e ***Q*** si muovono rettilineamente ed uniformemente l'uno rispetto all'altro a una velocità ***v***, allora secondo il detto principio, dovrebbe essere altrettanto corretto dire che ***P*** si muove a una velocità ***v*** rispetto a ***Q***, che dire che ***Q*** si muove ad una velocità ***v*** rispetto a ***P***. Se il principio di relatività è infatti corretta, alcuna delle due affermazioni suddette può essere altrettanto corretta, e non c'è assolutamente alcuna differenza tra di loro.

Finora tutto bene. Però - e questo è un grande «PERÒ» - se dopo un certo periodo di movimento mutuale, rettilineo ed uniforme ad una velocità ***v*** l'uno rispetto all'altro, una *forza* viene applicata all'oggetto ***P*** per un periodo di tempo ***t***, cambiando così la velocità di ***P*** ad una velocità ***u ≠ v*** rispetto a ***Q***, allora se il principio di relatività è davvero corretta, *allo stesso tempo l'oggetto **Q** deve modificare la sua velocità rispetto a **P**, ossia da **v** a **u**!* In altre parole, il principio di relatività afferma che soltanto perché la velocità di ***P*** viene cambiata rispetto a ***Q*** per un periodo di tempo ***t***, la velocità di ***Q*** rispetto a ***P*** deve cambiarsi nello stesso periodo di tempo ***t***, *anche se assolutamente nessuna forza venisse applicata al oggetto **Q**.*

Bisogna ricordare che secondo il principio di relatività, *l'unico* tipo di velocità che può esistere è la velocità *relativa:* non può esistere *alcun* altro tipo! Così, ogni volta che si parla di «velocità», si può soltanto significare «la velocità *relativa*».

E se è *veramente* così, il principio di relatività deve affermare che un cambio di velocità di un corpo può essere causato *senza l'applicazione di alcuna forza* - il che è in maggior contraddizione alle leggi della fisica, almeno come noi le conosciamo.

LA TEORIA DELLA RELATIVITÀ COME UN ESERCIZIO PURAMENTE GEOMETRICO

Bisogna notare inoltre che, anche se abbiamo parlato di «oggetti» qui sopra, se l'argomento di Einstein fosse davvero corretta, avremmo dovuto parlare di *entità geometriche del tutto immaginarie.* In altre parole, nella teoria della relatività possiamo parlare validamente solo della *geometria pura* - una geometria che si tratta interamente di una realtà *mentale* - ma *non* della fisica, che si tratta di una realtà *materiale*. È possibile modificare la velocità di un'entità *immaginaria* senza l'applicazione di alcuna forza; ma chiaramente *non* è possibile modificare la velocità di un oggetto *materiale* senza lo stesso.

Quindi possiamo concludere, da tutte le argomentazioni sopraddette, che la teoria della relatività - in contrasto, ad esempio, alle leggi di Newton - *dev'essere un esercizio puramente geometrico:* in che le sue conclusioni, *anche se eventualmente vengono provati di essere corretti,* potrebbero applicarsi solo ai punti, linee, *ecc.*, puramente *immaginari,* ma *non* alle entità fisiche come i treni, i pianeti e le stelle.

Nel *magnum opus* di Newton, intitolato *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis*, la distinzione netta tra la fisica e la matematica è chiaramente sottolineata: lo stato di moto di un corpo *non* può essere modificato a meno che quel corpo sia agito da una forza esterna. Ma nella teoria della relatività, *non si fa alcuna distinzione del genere:* ed è per questo che la relatività proprio non può essere una teoria riferendosi alla *fisica*.

A parte dell'enigma sopraindicato che nasce dal presupposto che il principio di relatività è corretta, «l'ascensore» ipotetico di Einstein - il quale è stato accennato in precedenza - dovrebbe accelerare in linea retta *per tutta l'eternità senza l'immissione di alcuna forza o energia*. (Se così non fosse implicito, allora il presunto «principio di equivalenza» di Einstein - vale a dire, la presunta equivalenza tra l'accelerazione inerziale e l'accelerazione causata mediante la forza della gravità - non sarebbe corretto: per mantenere un'accelerazione di ***1g*** nell'interno del ascensore, quando l'ascensore viene accelerato nel vuoto lontano da qualsiasi campo gravitazionale rilevabile, sarebbe necessario un apporto di energia *continuo e senza fine;* ma nel mondo *fisico,* un tale ingresso di energia deve sempre avere un inizio e una fine. *Però, se l'ascensore fosse fermo sulla terra, non è richiesto un tale contributo energetico* per permettere che l'uomo possa stare in piedi sul pavimento dello stesso ascensore; e quest'uomo - ed i suoi discendenti - potrebbero sperimentare indefinitivamente in tale ascensore, trovandosi in un campo di gravitazione *permanente* di ***1g***.)[24]

Tali considerazioni dimostrano che la teoria della relatività sta o cade secondo la sua *validità geometrica:* ma in ogni caso, *non* può avere alcuna *validità fisica*.

Tuttavia, come abbiamo visto sopra, dal punto di vista strettamente della *logica,* una «geometria» nella quale *l'osservatore è lui stesso in movimento nello spazio in cui la geometria è immaginata da svolgersi* non può essere considerata valida. Né ci può essere alcuna validità di una «geometria» basata su un postulato che assolutamente non può essere corretta - e cioè, il postulato della costanza della velocità della luce per tutti gli osservatori inerziali - perché, come già indicato, un tale postulato non permette due onde di luce (o se vuole, due fotoni) di partire contemporaneamente da una sorgente di luce, e raggiungere altrettanto contemporaneamente due recettori situati in direzioni esattamente opposti ed equidistanti dalla stessa sorgente - almeno non se si accetta anche «il principio della relatività».

LA TEORIA DELLA RELATIVITÀ CADE QUANDO PROPRIETÀ FISICHE NE VENGONO INTRODOTTE

E niente illustra questo fatto meglio che l'introduzione nella teoria della relatività di vere e reali proprietà *fisiche,* come la massa o la forza: dopo di che, la teoria cade completamente. Oltre al sopraddetto esempio dell'ascensore, un altro esempio è il seguente. Secondo la teo-

[24] C'è anche da ricordarsi che se un tale ascensore venisse accelerato a ***1g*** (e cioè, a 10 m/s^2, più o meno) per soltanto 30 000 000 secondi - ovvero, per meno di un anno, nel quale ci sono 31 536 000 secondi - esso avvicinerebbe alla velocità della luce, ossia 300 000 000 m/s (approssimativamente). Ma se la teoria della relatività fosse davvero corretta, in tal caso la *massa dell'uomo nell'ascensore avvicinerebbe all'infinito;* e quindi in meno di un anno le sue ossa non sarebbero in grado di supportare il peso del suo corpo, e sicuramente morirebbe eventualmente in maniera spaventosissima. Ma ciò, altrettanto sicuramente, non accaderebbe affatto a un uomo chi sta sperimentando in un tale «ascensore» sulla terra. *Questo argomento prova rigorosamente che l'accelerazione inerziale e quella gravitazionale non possono essere del tutto identiche, neppure secondo la teoria della relatività - che, infatti, una delle sue conclusioni contraddice un'altra.*

ria della relatività, un oggetto che sta *accelerando* - vale a dire, un oggetto che da poco a poco muove sempre più velocemente - dovrebbe *aumentarsi* in massa col passare del tempo, mentre che un oggetto in *decelerazione* - vale a dire, spostandosi gradualmente più lento - dovrebbe *diminuirsi* in massa col passare del tempo. Ma - e questo è davvero un grande *«ma»* - la teoria della relatività insiste inoltre che *l'accelerazione e la decelerazione sono equivalenti tra loro in tutti i modi:* o in altre parole, che non c'è modo di assicurarsi, considerando un oggetto di cui la velocità sta cambiando, se la sua velocità sta cambiando nella direzione di un *aumento*, o di una *diminuzione!*

Infatti, secondo la teoria della relatività, un oggetto *può essere in accelerazione ed in decelerazione allo stesso tempo* - vale a dire, accelerando rispetto ad un *secondo* oggetto, e contemporaneamente decelerando rispetto ad un *terzo*. Quindi, se la velocità di un oggetto cambia affatto, secondo la teoria della relatività la sua massa dovrebbe *aumentarsi e diminuirsi contemporaneamente …* il quale è, ovviamente, del tutto impossibile.[25]

Bisogna ricordare che la massa non è affatto una proprietà *relativa*, dipendente dalla velocità dell'osservatore, ma invece una proprietà *intrinseca* - e quindi *assoluta - di ogni oggetto fisico.* E la prova è, che ogni oggetto fisco genera *un effetto gravitazionale su ogni altro oggetto fisico;* e questo effetto *è proporzionale alla sua massa,* e *non* dipende affatto dalla velocità dell'osservatore, ma solo dal quadrato della distanza tra quello primo detto oggetto da una parte, e l'altro oggetto su cui viene esercitato l'effetto gravitazionale, dall'altra; ed inoltre dalla massa di quell'altro oggetto … e *nient'altro affatto.*

IL RIPOSO ASSOLUTO

L'idea, quindi, che il riposo assoluto non esiste è radicato nel concetto - il quale è forse accettabile nella geometria pura,[26] ma non può essere accettabile in alcuna *interpretazione fisica* di essa - che l'accelerazione e la decelerazione sono *equivalenti tra loro in ogni modo*. Questo, tuttavia, *non può essere il caso* dal punto di vista *fisico*, in quanto l'accelerazione, inevitabilmente e immancabilmente, richiede *un'immissione* di energia, mentre che mediante la decelerazione si può a volte *ricavare* l'energia. Senz'altro, la decelerazione può essere anche realizzata con un ingresso in energia - per esempio, si può rallentare una macchina con l'aiuto di razzi attaccati alla parte anteriore della vettura, con il fuoco puntato in avanti invece

[25] Ad esempio, supponiamo di trovarci in una navicella spaziale lontano da qualsiasi campo gravitazionale rilevabile, e supponiamo per di più che una navicella nemica si sta ritirando da noi in linea retta ad una velocità uniforme $\boldsymbol{v}$ rispetto alla nostra navicella, e supponiamo di sparare un missile a razzi contro la nave nemica per cercare di distruggerla; poi dal momento dello sparo del missile fino al momento che la sua velocità corrisponde alla velocità della nave nemica, lo stesso missile sarebbe in *accelerazione* rispetto alla nostra nave, e contemporaneamente in *decelerazione* rispetto alla nave nemica; e quindi, secondo la teoria della relatività, la sua massa dovrebbe essere, altrettanto contemporaneamente, *in uno stato di aumento e di diminuzione ambedue:* il che, a rigor di logica, è del tutto impossibile.

[26] Diciamo «forse» perché - come abbiamo già notato in precedenza - pure nella geometria ci deve essere un «qui» in contrasto ad uno «là», e questo «qui» dev'essere *immobile*. Di conseguenza, anche nella geometria pura - cioè, nella geometria che non viene applicata affatto al mondo fisico - c'è almeno una *tendenza* ad opporsi alla nozione che il riposo assoluto non esiste.

che all'indietro. Ma si può pure rallentare una macchina nel modo convenzionale, e cioè con l'aiuto dei freni, i quali riscaldano come risultato (e dopo di che, questa energia calorifica potrebbe essere utilizzata in qualche altro modo, *e.g.,* per riscaldare l'interiore della vettura). Ma è impossibile accelerare una macchina e allo stesso tempo *ricavarne* dell'energia per qualsiasi altro scopo, perché *l'accelerazione,* assolutamente e senza fallimento, richiede *l'immissione* di energia.

Possiamo raggiungere questa conclusione anche se consideriamo un sistema chiuso con un numero finito di oggetti in esso. Se l'energia viene *immessa* in un tale sistema, gli oggetti in essa *aumenterebbero* la loro velocità, tutte relative alle loro velocità prima dell'immissione della energia nel sistema; e se invece l'energia viene *estratta* dal sistema, gli stessi oggetti *diminuirebbero* la loro velocità, ancora una volta tutte relative alle proprio velocità prima che l'energia viene estratta.

TRE DIVERSI TIPI DI MOVIMENTO

Dalle precedenti considerazioni si raggiunge alla conclusione che ci devono essere almeno tre diversi tipi di moto rettilineo, così come ci sono tre diversi tipi di *accelerazione* (ossia, l'accelerazione gravitazionale, l'accelerazione inerziale, e l'accelerazione centrifugale: le quali sono tutte diverse l'una dall'altra in modi sottili ma precisi).[27]

Per quanto riguarda il movimento rettilineo, dunque, in primo luogo vi è il movimento di un oggetto rispetto a un altro. È evidente che questo tipo di movimento non può essere una proprietà *intrinseca* di un oggetto in un qualsiasi momento, dato che lo stesso oggetto - designamolo ***P*** - può essere in movimento a una velocità ***v*** rispetto ad un *secondo* oggetto ***Q***, e *contemporaneamente* può essere muovente a una velocità ***u*** relativo a un *terzo* oggetto ***R***. Infatti l'oggetto ***P*** può avere *un numero illimitato di velocità contemporaneamente,* relative a un numero illimitato di altri oggetti.

Ma questo tipo di movimento sicuramente non può essere l'unico, perché, come abbiamo illustrato sopra, provoca l'assurdità che un oggetto può cambiare la sua velocità - cioè, può accelerare o decelerare - *senza alcuna forza applicata ad esso,* semplicemente perché quello *secondo* oggetto, rispetto al quale il primo oggetto sta in movimento, ha cambiato la *sua* velocità. Come risultato, anche la relatività ammette la nozione, almeno *implicitamente,* che esiste un *altro* tipo di velocità: la velocità di un oggetto rispetto alla sua *propria* velocità in un altro momento (specificato) - od altrimenti detto, ammette che un *cambiamento* nella velocità di un oggetto è assoluto e *non* relativo.

---

[27] Per esempio: due oggetti trovandosi in un'accelerazione *gravitazionale* - cioè in un campo gravitazione generato da una massa fisica - cadrebbero in traiettorie che si *avvicinerebbero* verso un *punto* singolo - e cioè, verso il centro della gravitazione del oggetto fisco, la massa della quale è la *generatrice* della gravitazione; ma due tali oggetti trovandosi invece in una stazione spaziale che genera un accelerazione *centrifugale* mediante un'autorotazione intorno al suo proprio asso - come per esempio la stazione spaziale vista nel film di Kubrick *2001: Odissea nello Spazio* - cadrebbero in traiettorie che si *allontanerebbero* una dall'altra, partendo dall'asse della rotazione della stazione. E due tali oggetti in un ascensore che viene accelerato *inerzialmente* nel vuoto cadrebbero in traiettorie del tutto *parallele.* Ci sono, inoltre, molto altre differenze tra i tre tipi di accelerazione, le quali sono abbastanza ovvie per chi medita attentamente sul soggetto.

Bisogna rendere ben conto che un cambiamento di movimento *è una proprietà intrinseca* dell'oggetto in esame, almeno durante un periodo specificato del tempo. Questo è piuttosto evidentemente il caso, perché c'è chiaramente nessun *altro* oggetto in questione! Inoltre, la quantità di energia necessaria per modificare la velocità di quell'oggetto da una determinata quantità in un periodo di tempo determinato è *indipendente* dall'osservatore. (Se così non fosse il caso, allora - come abbiamo sottolineato in precedenza - la massa dell'oggetto dovrebbe essere *relativo* e dipendente dal movimento dell'osservatore; ma la sua massa *non* può essere relativo, e *non può essere* dipendente dal movimento dell'osservatore, a causa del fatto che la sua massa *genera un effetto gravitazionale,* di cui la forza - la quale può essere *precisamente misurata* - *non* dipende affatto dal movimento dell'osservatore.)

E in terzo luogo, vi è la velocità di un oggetto contrastato al *riposo assoluto.* Questo perché l'accelerazione e la decelerazione *non* possono essere equivalenti in ogni modo, in quanto questa prima richiede assolutamente *l'immissione* di energia, mentre che è sempre possibile *estrarre* o *ricavare* dell'energia da quest'ultima.

IL PRINCIPIO DI RELATIVITÀ RICHIEDE IMPLICITAMENTE L' ESISTENZA DI UNO STATO DI RIPOSO ASSOLUTO

Inoltre, se l'universo è davvero *finito* - com'è spesso affermato - allora il suddetto principio di relatività assolutamente *richiede* l'esistenza di uno stato di riposo assoluto, almeno implicitamente. E questo perché ogni collezione finita di oggetti materiali, non importa come e dove siano distribuiti, *deve possedere un centro di massa;* e in qualsiasi sistema chiuso, lo stato di movimento o di riposo del tale centro di massa non viene affatto influenzato dai movimenti dei particolari oggetti che compongono tale sistema. E quale sistema può essere più chiuso che l'universo intero (se «l'universo» viene definito come «tutto ciò che esiste in qualsiasi modo»)? E lo stato di movimento o riposo del *centro di massa dell'universo intero* non può essere influenzato in qualsiasi modo dal movimento dei suoi componenti particolari.

Ma allora sorge per forza la domanda: proprio *qual'è lo stato di movimento del centro di massa dell'universo intero?* Se accettiamo il principio di relatività, allora il centro di massa dell'universo non può essere affatto in *alcun* stato di movimento, perché se l'universo è definito di essere «tutto ciò che esiste in qualsiasi modo», allora non ci può *essere nessun altro oggetto qualsiasi* rispetto il quale l'universo intero può essere in movimento!

Così, il principio di relatività, insieme con l'ipotesi che l'universo è finito, *assolutamente richiede* che il centro della massa dell'universo sia in uno stato di riposo assoluto. (E così ragionando, il principio di relatività, il quale *nega ogni possibilità di uno stato di riposo assoluto,* viene dimostrato di essere, a rigor di logica, autocontraddittorio.)

L'IMPOSSIBILITÀ LOGICA DELL'ESISTENZA DI UN UNIVERSO INFINITO

E non si può arguire *logicamente* contro questa conclusione, postulando un universo *infinito.* Un universo *veramente* infinito non può logicamente esistere, perché se esistesse, dovrebbe contenere un numero di oggetti *più grande dal numero dei numeri naturali* - vale a dire, ci dev'essere in un tale universo un numero di cose (ovvero un numero di oggetti fisicali) più grande di qualsiasi numero: il quale è una chiara autocontraddizione. Dopo tutto - e come abbiamo già sottolineato in precedenza - i numeri naturali non possono essere veramente *infiniti.* Oltre al fatto che un numero naturale ipoteticamente infinito non sarebbe adatto alla definizione di «numero» - nel senso che se tale numero naturale infinito venisse designato con la lettera n, allora sarebbe il caso che $[n + 1] = n$, il che contraddice uno degli assiomi utilizzati per definire che cos'è un «numero», e cioè quello che dice che per qualsiasi numero x, $[x + 1] \neq x$ - oltre a quest'argomento, va anche ricordato che ogni numero naturale, senza eccezione, contiene *un numero finito di cifre,* e quindi ogni numero naturale, non importa quanto sia grande, deve per forza essere *finito*. Quindi, se vi è un numero di oggetti nell'universo *maggiore dal numero dei numeri naturali,* ci ritroveremmo nella contraddizione che il numero di oggetti nell'universo è maggiore di qualsiasi numero. (Dopo tutto, un numero non può essere «maggiore di qualsiasi numero», perché se lo potrebbe essere, allora sarebbe in grado di appartenere, *ed anche* di non appartenere, al insieme dei numeri.)

PERCHÈ IL RIPOSO ASSOLUTO NON È ANCORA STATO SCOPERTO

Una critica che forse può essere validamente sollevata contro la nozione del riposo assoluto è, che se un tale stato veramente esistesse, allora come mai non l'abbiamo ancora scoperta? *La risposta si trova forse nell'ammesso onesto della nostra ignoranza:* in particolare, nel fatto che almeno fino ad adesso, non sappiamo in dettaglio la massa e il movimento di ogni oggetto in tutto l'universo. Se lo sapessimo, saremmo ovviamente anche in grado di sapere dove si trova il centro di massa dell'universo - dopo di che ci saremmo in grado di raccontare come ogni oggetto nell'universo si muove rispetto a quello centro di massa.

E la prova è, che se ipotizziamo di vivere in un universo molto più piccolo del nostro - diciamo, un universo di grandezza non maggiore del nostro sistema solare - allora *in teoria* almeno, saremmo in grado di sapere tutto quanto sopra, e allora di determinare il suo centro di massa ... e *ipso facto*, determinare il movimento di ogni oggetto rispetto ad esso.

Così, per quelli che dicono - e questo tipo di affermazione viene spesso sentito - «Non ci sono prove, ovunque nel nostro universo, di qualsiasi cosa in uno stato di riposo assoluto», possiamo validamente rispondere: «L'assenza di prova non è prova di assenza!» - perché, parlando logicamente, *un tale stato deve esistere per forza e senza dubbio.*

L'IMPORTANZA DI NON CADERE NELLE TRAPPOLE

Tutti i riferimenti suddetti alla teoria della relatività sono citati per illustrare i diversi modi in cui si può cadere nelle trappole nella geometria, se non si è molto attenti. Dev'essere fin troppo evidente dagli argomenti sopracitati che la teoria della relatività è un esercizio puramente geometrico - e un'esercizio, per di più, difettoso a rigor di logica. E la ragione fondamentale è il fatto che la teoria della relatività prende vantaggio del fatto che alcune conclusioni della geometria diventano del tutto illogiche, particolarmente quando il movimento viene introdotto nei argomenti che tentano di dimostrare tale conclusioni … e ancora più in particolare, quando il geometra stesso è presunto di essere in movimento. *È importantissimo, per ragioni della logica, che non si cade in queste trappole.*

Il modo di evitare queste trappole è - o così sostengo io - da *un impiego giudizioso e attento della nostra ragione.* Se un certo termine - come quello di «movimento», o della «velocità» - venisse utilizzato in modo ambiguo, si dovrebbe tentare di trovare delle parole *diverse* per i significati diversi del detto termine … oppure almeno meditare in modo che in ogni caso particolare, il significato *preciso* con cui viene utilizzato tale termine diventa fin troppo *evidente.* Altrimenti si può facilmente cadere nelle trappole di fare delle dichiarazioni assolutamente sbagliate, come il seguente: «La velocità è sempre relativa; e poiché la velocità relativa di un corpo può variare a seguito di una forza applicata ad un *altro* corpo rispetto al quale il suddetto primo corpo sta in movimento, la velocità del *primo* corpo può cambiarsi *anche se nessuna forza ne viene applicata.»*

UNA SERIE DI POSTULATI E DEFINIZIONI PER LA GEOMETRIA MODERNA

Alla luce di tutto quanto sopra, tentiamo a questo punto di enunciare una serie di postulati e definizioni che potrebbero costituire la base di una geometria *moderna,* dal momento che alcuni di quelli di Euclide sono resi conto di mancare la sufficienza per i tempi moderni. (Non *tutti* i postulati e definizioni di Euclide mancano sufficienza, solo *alcuni* di loro; e quindi abbiamo bisogno di modificare solo *alcuni*, aggiungendo alcuni dei nostri, come segue.)

A questo proposito, i nostri postulati supplementari sottoindicati sono *assolutamente cruciali* - o almeno così penso io. Euclide, infatti, li accetta almeno *implicitamente*. Ma è solo essendo *chiari* su di loro nel nostro pensiero, e nel impiego della nostra ragione, che possiamo *evitare le trappole in cui la geometria può a volte ingannarci,* con riferimento particolare alle «geometrie» non euclidee, e alla teoria della relatività.

Inoltre, sarebbe bene *dichiarare* fin dall'inizio che la geometria e le sue entità componenti possono esistere accuratamente *nell'immaginazione,* ma non nel mondo *materiale* - e che le uniche cose che possono esistere nel mondo materiale sono delle *approssimazioni* alle entità immaginarie della geometria.

Senza enunciare una tale dichiarazione, pure un'altra volta si potrebbe enunciare tutti i tipi di affermazioni logicamente invalidi, come il seguente: «dato che un punto possiede solo una posizione, ma non possiede alcuna dimensione, *ci sono un numero infinito di punti su qualsiasi linea, su qualsiasi superficie, o in qualsiasi volume.»* Come abbiamo già sottolineato più di una volta, quest'affermazione ci mena nelle autocontraddizioni.

Allora, senza ulteriori indugi, procediamo ad enunciare la nostra dichiarazione, ed i nostri postulati e definizioni modificati, come di seguito:

Dichiarazione

1. *Dichiarazione della natura immaginaria della geometria:* La geometria esiste nell'immaginazione, ossia nel pensiero, ma non nel mondo materiale o fisicale; nel mondo materiale può esistere soltanto *un'approssimazione* alla geometria.[28]

Postulati

1. *Postulato dell'immobilità del geometra:* il geometra - cioè la persona immaginando la geometria da svolgersi nella sua mente - dev'essere immaginato sempre *immobile* nello spazio in cui quella geometria è immaginata di dispiegarsi.

2. *Postulato della rigidità:* Lo spazio in cui la geometria è immaginata di dispiegarsi deve consistere di distanze *misurabili;* e l'unico modo che le distanze possono essere misurate con precisione è di ipotizzare almeno un righello *rigido* con cui le distanze diverse possono essere confrontati.

Definizioni

1. *Punto:* un'entità immaginaria in possesso di una sola posizione, ma nessuna dimensione.

2. *Linea:* il percorso immaginario tracciato da un punto che si muove attraverso lo spazio immaginario in cui la geometria è immaginata di svolgersi.

3. *Retta:* la più breve distanza possibile, in qualsiasi modo misurata, tra due punti qualsiasi.

4. *Linea curva:* qualsiasi linea che non è retta, e per di più non è composta da due o più rette.

5. *Angolo:* quando due rette si intersecano, quattro angoli sono disponibili presso e attorno al punto di intersezione.

6. *Angolo retto:* quattro angoli retti si formano quando due rette si intersecano in modo tale che tutti e quattro degli angoli così formati sono congruenti.

7. *Cerchio:* il percorso tracciato da un punto che si muove attraverso lo spazio in modo tale che quello percorso è sempre equidistante da un altro punto.

---

[28] Euclide in fatto sarebbe - o così credo io - assolutamente in accordo con noi in questo riguardo, poiché anche lui - o così suppongo - sapeva nel suo cuore che le linee, angoli, triangoli, cerchi, *ecc.* disegnati da lui erano soltanto delle *approssimazioni a quelli immaginati da lui.*

8. *Dimensione:*

   (a) Uno spazio immaginario in cui una sola retta può esistere è definito di possedere *una dimensione.*

   (b) Uno spazio immaginario in cui possono esistere due rette intersecanti ortogonalmente tra loro è definito di possedere *due dimensioni.*

   (c) Uno spazio immaginario in cui tre rette possono esistere in tal modo che tutti si intersecano in un unico punto ortogonalmente tra ognuno di loro, è definito di possedere *tre dimensioni.*

CONCLUSIONI

Da tutto il precedente, penso che le seguente conclusioni potrebbero essere tratti piuttosto sicuramente:

1. La geometria è di grande importanza nella maggior parte delle attività umane.

2. La geometria nella sua forma pura esiste nell'immaginazione, ma non nel mondo materiale o fisicale; nel mondo materiale può esistere solo *un'approssimazione* alla geometria.

3. La logica è la base di tutta la matematica - tra cui la geometria - dato che né la matematica, né la geometria, può mai essere *illogica.*

4. Nessuno degli assiomi, postulati, definizioni, formule *ecc.* della geometria o della matematica può mai contraddire un altro, né può mai contraddire una conclusione raggiunta con l'aiuto degli altri assiomi, postulati, definizioni, *ecc.* - poiché altrimenti ambedue - la matematica e la geometria - diventerebbero *illogiche.*

5. Le definizioni di Euclide non sono del tutto soddisfacenti per la geometria *moderna*, perché non ci consentono di definire in modo adeguato una «retta» ed un «angolo retto»; e per di più non vi è alcuna definizione del concetto di «dimensione».

6. Diventa assolutamente necessario, per l'esistenza stessa del concetto di «luogo» o «posizione» - e *ipso facto* per tutta la geometria - per il geometra di essere considerato *immobile* nello spazio immaginario in cui la geometria viene immaginata da svolgersi.

7. Una serie di definizioni soddisfacenti per la geometria moderna è diventata assolutamente necessaria *nei tempi moderni;* e di queste, le definizioni di «retta», «angolo retto» e «dimensione» sono cruciale.

8. Per raggiungere a una definizione soddisfacente - cioè, abbastanza rigorosa - di «retta», diventa assolutamente requisito un «postulato di rigidità» aggiunto agli altri assiomi, postulati, definizioni, *ecc.* della geometria.

9. Quando un postulato di rigidità viene introdotto nella geometria, diventa chiaro che le geometrie «non euclidee» dei spazi curvi non sono, a rigor di logica, né possibili né validi.

10. Le *interpretazioni* aritmetici e algebrici della geometria non sono, di per sé, la geometria; e quindi la semplice esistenza di alcune formule algebriche ed aritmetiche che *corrispondono* a certi teoremi geometrici non ci consente di «generalizzare» da esse, e in tal modo sostenere che possono esistere geometrie «non euclidee» di più di tre dimensioni.

11. Non ci può essere alcuna cosa come una «geometria senza senso o significato».

12. La «geometria» della teoria della relatività speciale - a volte anche denominata la «geometria dello spazio-tempo di Minkowski» - si basa su un postulato che contraddice i concetti del movimento e della velocità, sia come intuitivamente compresi sia come esplicitamente definiti; e quindi una tale «geometria» non può essere *logicamente* valida.

13. La teoria della relatività speciale si rileva di essere autocontraddittoria considerando l'esperimento concettuale del «treno» dapprima enunciata da Einstein: dato che tale argomento presuppone tacitamente che la velocità della luce *non è costante per tutti gli osservatori inerziali,* il che contraddice il postulato relativistico che la velocità della luce *è sempre* costante per *tutti* gli osservatori inerziali.

14. Ci sono pure altri motivi per sostenere che il postulato della costanza della velocità della luce per tutti gli osservatori inerziali non può essere logicamente valida: ad esempio, se lo fosse, non esisterebbero due fotoni (o, se si vuole, due onde luminose) simultaneamente lasciando una fonte di luce in direzioni esattamente opposti, e arrivando altrettanto simultaneamente a due sensori situati esattamente equidistanti dalla fonte di luce; poiché se questo veramente fosse il caso, la velocità tra di loro, *calcolato da un singolo osservatore specificato,* dev'essere esattamente doppia la «velocità della luce»: il quale risultato contraddice il suddetto postulato.

15. I teoremi geometrici diventano invalidi quando il «osservatore» (ossia il geometra: cioè, la persona chi sta immaginando la geometria nella sua mente) viene considerato di essere in movimento nella sua immaginazione (cioè, se si immagina di spostarsi) nello stesso spazio in cui la geometria è immaginata di svolgersi.

16. Nell'esperimento concettuale «dell'ascensore» di Einstein - il quale è uno dei concetti più fondamentali della teoria della relatività generale - il «osservatore» viene immaginato di essere in movimento; e quindi la conclusione di Einstein - e cioè, che i raggi della luce sarebbero in realtà (e non solo in apparenza) «piegati»

quando un osservatore sta accelerando ad angolo retto rispetto al percorso dei raggi - è invalida dal punto di vista geometrica … e questo fatto base è da solo sufficiente a confutare la teoria della relatività generale.

17. È impossibile che il «principio di relatività» sia corretto, perché se veramente così fosse, l'accelerazione e la decelerazione sarebbero equivalenti in ogni modo; e, quindi, una condizione che richiede assolutamente *un'immissione* di energia sarebbe equivalente in ogni modo ad un'altra che permette *l'estrazione* di energia … il che è ovviamente impossibile.

18. La teoria della Relatività è un esercizio puramente *geometrico* - e, per di più, un esercizio geometrico piuttosto *difettoso* - ma non può *mai* essere una teoria della *fisica,* dato che collassa quando alcune delle proprietà fisiche, come la massa o l'energia, vengono introdotte in essa; dato che secondo la teoria della relatività, un oggetto deve aumentarsi in massa quando viene accelerato, e diminuirsi in massa quando viene decelerato; ma secondo la stessa teoria, non ci può essere alcuna differenza tra l'accelerazione e la decelerazione; così che non ci può essere alcuna differenza, secondo la stessa teoria, tra un corpo *aumentandosi* in massa da poco a poco, e *diminuendosi* in massa da poco a poco … il che è assolutamente autocontraddittorio.

19. Si rende conto che ci sono tre diversi tipi di movimento rettilineo, così come altrettanto ci sono tre diversi tipi di accelerazione; e ne utilizzando più di uno in qualsiasi singolo argomento rende l'argomento ambiguo, e quindi illogico.

20. È importante non cadere nelle trappole nelle quali la geometria ci inganna; ma questo accadrà quasi inevitabilmente, se non definiamo, adeguatamente e senza ambiguità - e per di più, fin dall'inizio - i termini ed i postulati della nostra geometria e/o dei nostri ragionamenti.

21. Una dichiarazione, e una serie di postulati e definizioni che potrebbero essere adeguati per una geometria *moderna,* vengono enunciati in questo saggio, affermandoli più soddisfacenti di quelli di Euclide. Questo insieme più moderno, tuttavia, non sembra *del tutto* soddisfacente neanche a me; ma è il migliore che posso enunciare a *questo* punto nel tempo. (Non pretendo di essere un filosofo o geometra *perfetto!* Ovviamente un lavoro importante che devo per forza lasciare per le generazioni di pensatori del futuro è di perfezionarlo ancora di più.)

COMMENTI

Tutti i commenti saranno benvenuti. Sarei grato di ricevere dei messaggi inviati a me, sia al mio indirizzo email, sia postale; entrambi vengono indicati nella pagina titolare.